

UDC 796-03; 614.8.06

DOI 10.52171/herald.240

Analysis of the Features of Application of Multi-Factor Planning Methods in Carrying out Experimental Studies

A.M. Gafarov¹, H.V. Gafarzada², I.A. Khankishiyev¹

¹ *Azerbaijan State Marine Academy (Baku, Azerbaijan)*

² *Azerbaijan State University of Oil and Industry (Baku, Azerbaijan)*

For correspondence:

Khankishiyev Isag / e-mail: isag.xankishiyev@asco.az

Abstract

The article analyzes the features and methods of application of multifactor planning methods in conducting experimental studies, and considers issues of modeling processes using data obtained from the results of the study.

Keywords: planning, experiment, factors, processes, modeling, methodology, criteria, matrix, equations, regression, correlation.

Submitted 7 Oct 2024

Published 17 Mar 2025

For citation:

A.M. Gafarov, H.V. Gafarzada, I.A. Khankishiyev

[Analysis of the Features of Application of Multi-Factor Planning Methods in Carrying out Experimental Studies]

Herald of the Azerbaijan Engineering Academy, 2025, vol. 17 (1), pp. 25-36

Eksperimental tədqiqatların aparılmasında çoxfaktorlu planlaşdırılma metodlarının tətbiqinin xüsusiyyətlərinin analizi

A.M. Qafarov¹, H.V. Qafaradə², İ.A. Xankişiyev¹

¹ *Azərbaycan Dövlət Dəniz Akademiyası (Bakı, Azərbaycan)*

² *Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universiteti (Bakı, Azərbaycan)*

Xülasə

Məqalədə, eksperimental tədqiqatların aparılmasının çox faktorlu planlaşdırılması metodlarının xüsusiyyətləri və tətbiqi üsulları araşdırılıb, tədqiqatların nəticələrindən alınmış məlumatlardan istifadə etməklə proseslərin modelləşdirilməsi məsələlərinə baxılıb.

Açar sözlər: planlaşdırma, eksperiment, faktorlar, proseslər, modelləşdirilmə, metodika, meyarlar, matris, tənlik, reqressiya, korrelyasiya.

Анализ особенностей применения методов многофакторного планирования при выполнении экспериментальных исследований

А.М. Гафаров¹, Х.В. Гафарзаде², И.А. Ханкишиев¹

¹ *Азербайджанская государственная морская академия (Баку, Азербайджан)*

² *Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности (Баку, Азербайджан)*

Аннотация

В статье анализируются особенности и способы применения методов многофакторного планирования при выполнении экспериментальных исследований, рассматриваются вопросы моделирования процессов с использованием данных, полученных по результатам исследований.

Ключевые слова: планирование, эксперимент, факторы, процессы, моделирование, методика, критерия, матрица, уравнение, регрессия, корреляция.

Giriş

Çox saylı ədəbi mənbələrin analizi göstərir ki, emal əməliyyatlarının və texnoloji proseslərin etibarlılığının qiymətləndirilməsinin ən müterəqqi üsullarından biri təcrübələrin aparılmasının çox faktorlu planlaşdırma metodlarıdır. Bu metodlar, yerinə yetirilən təcrübələrin sayını minimuma endirməklə bərabər, emal əməliyyatlarının və texnoloji proseslərin əsas faktorlarının optimal qiymətlərini təyin etməyə də imkan verir [1-7].

Məlumdur ki, təcrübələrin aparılmasının çox faktorlu planlaşdırma metodlarında bütün tədqiq edilən faktorlar, təcrübələrin hər bir seriyasında eyni zamanda dəyişir [7-9].

Aydındır ki, emal əməliyyatlarının göstəricilərini və onları xarakterizə edən texnoloji faktorları (kəsmə rejimlərinin elementləri, alətlərin həndəsi parametrləri və s.) çoxluğun regressiya tənliliklərinin – polinomların köməyi ilə əlaqələndirmək olar. Bu məqsədlə müxtəlif planlaşdırma metodlarından istifadə etmək olar. Bunlardan biri optimal iki səviyyəli plandır (plan 2^k).

Təcrübələr planlaşdırılarkən, onların yerinə yetirilməsi şəraiti hər bir faktor üçün səviyyələrin qeyd olunmuş qiymətlərinin sayını özündə əks etdirməlidir. Əgər təcrübələr yalnız iki səviyyədə, faktorların iki qiymətində aparılırsa və onlar K sayda faktorların bütün mümkün tərtiblərində yerinə yetirilərsə, onda təcrübələrin belə plan əsasında qoyuluşu tam faktorlu təcrübə, yaxud 2^k planı adlandırılır.

Bu halda faktorların səviyyəsi, verilmiş texnoloji parametrlə görə tədqiq edilən sahənin sərhəddini əks etdirir.

Məsələnin qoyuluşu

Məqalədə, faktorları geniş diapazonlarda dəyişən mürəkkəb texnoloji proseslərin çox

faktorlu planlaşdırma metodlarının tətbiqi ilə idarə edilməsi mümkünlüyü araşdırılır.

İşin məqsədi

Parametrləri geniş diapazonlarda dəyişən mürəkkəb texnoloji proseslərin yerinə yetirilməsi zamanı təcrübələrin aparılmasının çox faktorlu planlaşdırılması metodlarının tətbiqi, əməliyyatların modelləşdirilməsi və idarə edilməsidir.

Tədqiqatların aparılması metodikası

Məsələn, tutaq ki, rotasion kəsmə əməliyyatında kəsmə dərinliyinin t , verişin s və kəsmə sürətinin v emal edilən səthin kələkötürlüklüyünə R_a təsirini müəyyənləşdirmək lazımdır. Yuxarıda göstərilən kəsmə rejimlərinin elementləri aşağıdakı kimi işarə edilir: $z_1^{max} = t^{max}$, $z_1^{min} = t^{min}$; $z_2^{max} = s^{max}$, $z_2^{min} = s^{min}$; $z_3^{max} = v^{max}$, $z_3^{min} = v^{min}$.

Tədqiq edilən faktorların axtarılan qiymətləri aşağıdakılardır: yuxarı hədd z^{max} , aşağı hədd z^{min} , planın mərkəzi z^0 , dəyişmə vahidi, yaxud z_j oxuna nəzərən dəyişmə intervalı Δz .

$$z_1^{max} = 1,0 \text{ mm}, z_1^{min} = 0,2 \text{ mm};$$

$$z_2^{max} = 0,8 \text{ mm/dövr},$$

$$z_2^{min} = 0,2 \text{ mm/dövr};$$

$$z_3^{max} = 3,0 \text{ m/san}, z_3^{min} = 1,0 \text{ m/san}.$$

$$z_1^0 = \frac{z_1^{max} + z_1^{min}}{2} = \frac{1,0 + 0,2}{2} = \frac{1,2}{2} = 0,6 \text{ mm};$$

$$\Delta z_1 = \frac{z_1^{max} - z_1^{min}}{2} = \frac{1,0 - 0,2}{2} = \frac{0,8}{2} = 0,4 \text{ mm}.$$

$$z_2^0 = \frac{z_2^{\max} + z_2^{\min}}{2} = \frac{0,8 + 0,2}{2} = \frac{1,0}{2} = 0,5 \text{ mm/dövr};$$

$$\Delta z_2 = \frac{z_2^{\max} - z_2^{\min}}{2} = \frac{0,8 - 0,2}{2} = 0,3 \text{ mm/dövr}.$$

$$z_3^0 = \frac{z_3^{\max} + z_3^{\min}}{2} = \frac{3,0 + 1,0}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/san};$$

$$\Delta z_3 = \frac{z_3^{\max} - z_3^{\min}}{2} = \frac{3 - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m/san}.$$

Ümumiyyətlə, istənilən faktor z_j üçün yazıla bilər

$$z_j^0 = \frac{z_j^{\max} + z_j^{\min}}{2} \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (1)$$

$$\Delta z_j = \frac{z_j^{\max} - z_j^{\min}}{2}. \quad (2)$$

$(z_1^0, z_2^0, \dots, z_k^0)$ koordinatları olan nöqtə, yaxud planın mərkəzi adlanır, bəzi hallarda onu əsas səviyyə də adlandırırlar.

Δz_j - dəyişmə vahidi, yaxud Z_j oxuna nəzərən dəyişmə intervalıdır. $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$ koordinat sistemindən, yeni ölçüsüz koordinat sisteminə $X_1, X_2, \dots, X_k$ keçid aşağıdakı düsturun köməyi ilə həyata keçirilir:

$$X_j = \frac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j} \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (3)$$

Ölçüsüz koordinat sistemində yuxarı hədd $+1$, aşağı hədd -1 , planın mərkəzinin koordinatları isə sıfırla göstərilir və koordinatın başlanğıcına uyğun gəlir. Qoyulmuş məsələdə $k = 3$ -dür. İki səviyyədə və üç faktordan ibarət tərtiblərin mümkün ola bilən sayı $N = 2^k = 2^3 = 8$ -dir.

Təcrübələrin yerinə yetirilməsi və hesabların aparılması üçün [1] və [2]-də verilmiş metodika tətbiq edilir. Bu məqsədlə standart matrisdən istifadə edilir.

Təcrübələrin planının həyata keçirilməsi nəticəsində alınmış çıxış göstəricisinin qiymətləri y cədvəl 1-in axırıncı sütununda yerləşdirilir. Cədvəldə verilmiş kodlaşdırılmış plan həndəsi olaraq kub şəklində təqdim olunur və səkkiz təpə, səkkiz təcrübə nöqtəsini ifadə edir.

Cədvəl 1 – Faktorların natural, kodlaşdırılmış qiymətləri və çıxış parametrləri

Table 1 – Natural, coded values of factors and output parameters

Faktorların natural miqyasda qiymətləri				Faktorların koordinatların ölçüsüz sistemində qiymətləri			Çıxış
Təcrübənin №-si	z_1	z_2	z_3	x_1	x_2	x_3	y
1	0,2	0,2	1,0	-1	-1	-1	1,6
2	1,0	0,2	1,0	+1	-1	-1	1,9
3	0,2	0,8	1,0	-1	+1	-1	2,0
4	1,0	0,8	1,0	+1	+1	-1	2,4
5	0,2	0,2	3,0	-1	-1	+1	1,1
6	1,0	0,2	3,0	+1	-1	+1	1,4
7	0,2	0,8	3,0	-1	+1	+1	1,5
8	1,0	0,8	3,0	+1	+1	+1	1,9

Saxta dəyişənin $X_0 = 1$ sütununu daxil etməklə, planlaşdırmanın kodlaşdırılmış 2^3 matrisi və təcrübələrin nəticələri cədvəl 2-də qeyd edilir.

Cədvəl 2 – Xüsusi xassəli planlaşdırma matritsası
Table 2 – Special characteristic planning matrix

N	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	y
1	+1	-1	-1	-1	y ₁
2	+1	+1	-1	-1	y ₂
3	+1	-1	+1	-1	y ₃
4	+1	+1	+1	-1	y ₄
5	+1	-1	-1	+1	y ₅
6	+1	+1	-1	+1	y ₆
7	+1	-1	+1	+1	y ₇
8	+1	+1	+1	+1	y ₈

Cədvəl 2-də verilmiş planlaşdırma matrisi aşağıdakı xassələrə malikdir:

$$\sum_{i=1}^N X_{ui} X_{ji} = 0 \quad u \neq j \quad u, j = 0, 1, \dots, k \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N X_{ji} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, k \quad j \neq 0 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N X_{ji}^2 = N \quad j = 0, 1, \dots, k. \quad (6)$$

Burada k 0 - sərbəst faktorların sayı; N - planlaşdırma matrisində təcrübələrin sayıdır.

(4) tənliyinin birinci xassəsi, yəni bütün vektor-sütunların skalyar vurma hasilinin sıfıra bərabər olması, planlaşdırma matrisinin ortoronallıq xassəsi adlanır.

Bu xassəyə görə reqressiya tənliklərinin əmsallarının hesablanması ilə bağlı çətinliklər kəskin azalır. Belə ki, normal tənliklərin əmsallarının matrisi (X^*X) dioqanal olur və onun dioqanal elementləri, planlaşdırma matritsasındakı təcrübələrin sayına N bərabər olur. Əsas matritsanın $(X^*X)^{-1}$ dioqanal elementləri $C_{jj} = \frac{1}{N}$ kimi ifadə edilir.

Beləliklə,

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} = (X^*X)^{-1} X^*Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} & & & \\ & \frac{1}{N} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \frac{1}{N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sum x_{0i} y_i \\ \sum x_{1i} y_i \\ \vdots \\ \sum x_{ki} y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum x_{0i} y_i}{N} \\ \frac{\sum x_{1i} y_i}{N} \\ \vdots \\ \frac{\sum x_{ki} y_i}{N} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Uyğun olaraq, reqressiya tənliyinin istənilən əmsalı b_j , y sütununun uyğun x_j sütununa skalyar vurma hasilinin, planlaşdırma matrisində verilmiş təcrübələrin sayına N bölünməsi nəticəsində təyin edilir:

$$b_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ji} y_i. \quad (8)$$

Cədvəl 2-də verilmiş plandan istifadə etməklə əvvəlcə xətti tənliyin reqressiya əmsalları hesablanır

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3. \quad (9)$$

Tədqiqatların nəticələri və onların müzakirə edilməsi

Tutaq ki, x_1 -də b_1 əmsalını hesablamaq üçün ilkin olaraq x_1 -in və y_1 -in vurma hasilərinin cəmini təyin etmək lazımdır. Bu məqsədlə, x_1 -in və y -in cədvəl 1-də verilmiş qiymətlərindən istifadə edilir. x_1 -in qiymətləri standart matrisdən, y -in qiymətləri isə bu

matrisə görə aparılan təcrübələrin nəticələrindən götürülür. Hesablamalar aşağıdakı kimi aparılır:

$$\begin{matrix} x_1 & y \\ \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1,6 \\ 1,9 \\ 2,0 \\ 2,4 \\ 1,1 \\ 1,4 \\ 1,5 \\ 1,9 \end{bmatrix} \end{matrix} \times \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{bmatrix} -1,6 \\ +1,9 \\ -2,0 \\ +2,4 \\ -1,1 \\ +1,4 \\ -1,5 \\ +1,9 \end{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$$

____1,4

Analoji olaraq, b_0, b_2 və b_3 – də təyin edirik

$$b_0 = +1,7; b_2 = +0,2; b_3 = +0,5.$$

Müqayisə üçün qarşılıqlı təsir əmsalları olan tam regressiya tənliyinə baxaq:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3. \quad (10)$$

Onda, b_{12}, b_{13}, b_{23} (iki qat qarşılıqlı təsir effektləri) və b_{123} (üç qat qarşılıqlı təsir effektləri) əmsallarını təyin etmək üçün cədvəl 2-də verilmiş matrisi bir qədər genişləndirmək lazımdır (cədvəl 3).

Cədvəl 3 – Faktorların genişləndirilmiş matrisi

Table 3 – Expanded matrix of factors

N	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁ X ₂	X ₁ X ₃	X ₂ X ₃	X ₁ X ₂ X ₃	Y
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	1,6
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	1,9
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	2,0
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	2,4
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	1,1
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	1,4
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	1,5
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	1,9

Qarşılıqlı təsir effektləri xətti effektlərdə olduğu kimi təyin edilir. Məsələn, b_{12} əmsalını müəyyənləşdirmək üçün hesablamalar aşağıdakı kimi aparılır.

$$\begin{matrix} X_1 & X_2 \\ \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1,6 \\ 1,9 \\ 2,0 \\ 2,4 \\ 1,1 \\ 1,4 \\ 1,5 \\ 1,9 \end{bmatrix} \end{matrix} \times \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{bmatrix} +1,6 \\ -1,9 \\ -2,0 \\ +2,4 \\ -1,1 \\ +1,4 \\ -1,5 \\ +1,9 \end{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}$$

____+0,2

$$\sum_{i=1}^N (x_1x_2)_i y_i = +0,2$$

$$b_{12} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_1x_2)_i y_i}{N} = +\frac{0,2}{8} = +0,025$$

Digər əmsallar da analoji olaraq təyin edilir:

$$b_{13} = 0; b_{23} = 0; b_{123} = 0.$$

Paralel təcrübələr aparmaqla $S_{\text{əksətmə}}^2$ -ni, regressiya əmsallarının əhəmiyyətliliyini, sərbəstlik dərəcəsi məlum olduqda isə, tənliyin

tam uyğunluluğunu (adekvatlığını) təyin etmək olar.

X^*X korrelyasiya matrisi, planlaşdırılmış təcrübələr üçün dioqanal matris olduğundan

$$(X^*X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/N & & & 0 \\ & 1/N & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1/N \end{bmatrix},$$

reqressiya tənliyinin əmsalları öz aralarında korrelyasiya olunmurlar. Reqressiya tənliyinin əmsallarının əhəmiyyətliyi, hər bir əmsal üçün ayrı-ayrılıqda, Styudent meyarına görə yoxlanılır. Reqressiya tənliyindən (10) əhəmiyyətsiz əmsalların ixtisar edilməsi, digər əmsalların qiymətlərinə təsir etmir. Bu halda seçmə əmsallar b_j , uyğun baş əmsallar β_i üçün qarışıq olmayan qiymətlər olurlar

$$b_j \rightarrow \beta_i. \quad (11)$$

Yəni, reqressiya tənliyinin əmsallarının qiymətləri, hər bir faktorun, y kəmiyyətinə verdiyi payı xarakterizə edir.

Korrelyasiya matrisinin dioqanal elementləri öz aralarında bərabərdir. Ona görə də (9) və (10) tənliklərinin bütün əmsalları eyni dəqiqliklə təyin edilməlidir:

$$S_{bj} = \frac{S_{\text{əksetmə}}}{\sqrt{N}}. \quad (12)$$

Məsələn, tutaq ki, planın mərkəzində əlavə olaraq üç paralel təcrübə qoyulmuşdur və aşağıdakı qiymətlər alınmışdır:

$$y \cdot y_1^0 = 1,6; y_2^0 = 2,5; y_3^0 = 2,8.$$

Buradan

$$\begin{aligned} \bar{y}^0 &= \frac{\sum_{i=1}^3 y_i^0}{3} = \frac{1,6 + 2,5 + 2,8}{3} = \frac{6,9}{3} = 2,3 \\ S_{\text{əksetmə}}^2 &= \frac{\sum_{i=1}^3 (y_i^0 - \bar{y}^0)^2}{2} = \\ &= \frac{(1,6 - 2,3)^2 + (2,5 - 2,3)^2 + (2,8 - 2,3)^2}{2} \\ &= \frac{0,49 + 0,04 + 0,36}{2} = \frac{0,89}{2} = 0,45; \end{aligned}$$

$$S_{\text{əksetmə}} = 0,67;$$

$$S_{bj} = \frac{0,67}{\sqrt{8}} = 0,24$$

Styudent meyarına görə əmsalların əhəmiyyətliliyini qiymətləndirsək, alarıq:

$$t_0 = \frac{|b_0|}{S_{b0}} = \frac{|1,7|}{0,24} = 7,1;$$

$$t_1 = \frac{|b_1|}{S_{b1}} = \frac{|0,18|}{0,24} = 0,75;$$

$$t_2 = \frac{|b_2|}{S_{b2}} = \frac{|0,20|}{0,24} = 0,8;$$

$$t_3 = \frac{|b_3|}{S_{b3}} = \frac{|0,5|}{0,24} = 2,1;$$

$$t_{12} = \frac{|b_{12}|}{S_{b12}} = \frac{|0,03|}{0,24} = 0,1;$$

$$t_{13} = 0; t_{23} = 0; t_{123} = 0.$$

$P=0,05$ əhəmiyyətlik səviyyəsini, $f=2$ sərbəstlik dərəcələrinin sayını və Styudent meyarını nəzərə alsaq, $t_{12}, t_{11,3}, t_{23}, t_{123}$ əmsallarının əhəmiyyətsiz əmsallar olduğu aydınlaşacaqdır.

Əhəmiyyətsiz əmsallar atıldıqdan sonra reqressiya tənliyi aşağıdakı şəkli alır:

$$\hat{y} = 1,7 + 0,18x_1 + 0,2x_2 + 0,5x_3. \quad (13)$$

Alınan tənliyin uyğunluğunu (adekvatlığını) Fuşer meyarına F -ə görə təyin edirik:

$$F = \frac{S_{qalıq}^2}{S_{əksetmə}^2};$$

$$S_{qalıq}^2 = \frac{\sum_{i=1}^8 (y_i - \hat{y})^2}{N - l};$$

$$S_{əksetmə}^2 = 0,45.$$

Burada l - reqressiya tənliyində əhəmiyyətli əmsalların sayıdır, $l = 4$. $\sum_{i=1}^8 (y_i - \hat{y}_i)$ cəmini təyin etmək üçün aşağıdakı ardıcılıqdan istifadə edilir:

1) y_i -nin qiymətləri cədvəl 1-in axırıncı sütunundan götürülür. Məsələn, $y_1 = 1,6$.

2) $\hat{y}_i$ -nin qiymətləri (10) reqressiya tənliyindən istifadə etməklə hesablanır. Məsələn, $\hat{y}_1$ hesablamaq üçün cədvəl 1-in 1-ci sətrindən istifadə edilir.

$$-1 = x_1^{min} = t^{min} = 0,2 \text{ mm};$$

$$-1 = x_2^{min} = S^{min} = 0,2 \text{ mm/dövr};$$

$$-1 = x_3^{min} = V^{min} = 1,0 \text{ m/san.}$$

Beləliklə,

$$\begin{aligned} y_1 &= 1,7 + 0,18x_1 + 0,2x_2 + 0,5x_3 = \\ &= 1,7 + 0,18 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 1,0 = \\ &= 1,7 + 0,036 + 0,04 + 0,5 = 2,3; \\ (y_1 - \hat{y}_1)^2 &= (1,6 - 2,3)^2 = 0,49. \end{aligned}$$

Analoji olaraq, $\hat{y}_2, \hat{y}_3, \dots, \hat{y}_8$ -in qiymətləri də hesablanır. Beləliklə,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^8 (y_i - \hat{y}_i)^2 &= 0,49 + 0,25 + 0,16 + \\ &+ 0,01 + 4,8 + 4,0 + 3,6 + 2,6 = 15,9. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{qalıq}^2 &= \frac{\sum_{i=1}^8 (y_i - \hat{y})^2}{N - l} = \frac{15,9}{8 - 4} = \\ &= \frac{15,9}{4} = 3,98; \end{aligned}$$

$$F = \frac{S_{qalıq}^2}{S_{əksetmə}^2} = \frac{3,98}{0,45} = 8,8$$

$P = 0,05$, $f_1 = 4$, $f_2 = 2$ üçün Fişer meyarının cədvəl qiyməti $F_p = (f_1 f_2) = 19,3$; $F < F_p(f_1 f_2)$; $8,8 < 19,3$.

Beləliklə (13) tənliyi aparılan təcrübələrin uyğunluğunu (adekvatlığını) tam əks etdirir.

Əgər reqressiya tənliyini qurarkən xətti yaxınlaşma ilə kifayətlənmək mümkündürsə, onda tam faktorlu eksperimentin kəsr hissəsindən, yaxud kəsr faktorlu eksperimentdən istifadə etmək olar. Belə yanaşma təcrübələrin sayını kəskin sürətdə azaltmağa imkan verir.

Kəsr faktorlu planın, ortoqonal plan olması üçün, kəsr hissə kimi ən yaxın tam faktorlu təcrübələrin nəticələrini götürmək olar. Bu halda təcrübələrin sayı, reqressiya tənliyində olan qeyri-müəyyən əmsalların sayından çox olmalıdır.

Tutaq ki, üç sərbəst faktorlu planlaşdırmada əksetmə müstəvisinin müəyyən kiçik hissəsində xətti yanaşma almaq lazımdır:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3.$$

Qoyulan məsələni həll etmək üçün dörd təcrübə ilə o halda kifayətlənmək mümkündür ki, 2^2 tam faktorlu təcrübənin (TFT) planlaşdırılmasında (cədvəl 4) X_1X_2 sütunu X_3 üçün plan kimi istifadə edilsin (cədvəl 5).

Cədvəl 4 – Dörd faktorlu tam planlaşdırma matrisi

Table 4 – Four-factor full planning matrix

N	X_0	X_1	X_2	X_1X_2
1	+1	+1	+1	+
2	+1	-1	-1	+
3	+1	-1	+1	-
4	+1	+1	-1	-

Cədvəl 5 – X_1 və X_2 sütununun X_3 -lə əvəzetmə matrisi

Table 5 – Substitution matrix of column X_1 and X_2 with X_3

N	X_0	X_1	X_2	X_3
1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	-1	+1
3	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	-1	-1

Bu cür qısaldılmış plan, TFT 2^3 -un yarısı, yəni TFT 2^3 -dən yarım hissə adlanır. Belə planlaşdırmadan istifadə edərək sərbəst həddi və xətti hədlərdə regressiya tənliyinin üç əmsalını qiymətləndirmək olar.

Bəzən tətbiqi proseslərdə qarşılıqlı təsirlərin sıfıra bərabər olduğunu birmənalı olaraq qeyd etmək mümkün olmur. Belə hallarda, onların bəzilərinin xətti effektlərlə müqayisədə çox kiçik olduğu ehtimalı üçün əsas yaranır. Əgər regressiya əmsalları, cüt vurma hasillərində sıfıra bərabər deyillərsə, onda təyin edilən əmsallar, baş əmsallar üçün qarışıq qiymətlər olur

$$\begin{aligned} b_1 &\rightarrow \beta_1 + \beta_{23} & b_2 &\rightarrow \beta_2 + \\ &+ \beta_{13} & b_3 &\rightarrow \beta_3 + \beta_{12} \end{aligned} \quad (14)$$

Burada β – uyğun əmsallar üçün riyazi gözləmə adlanır.

Bu baş əmsalları, cəmi dörd təcrübədən ibarət olan plan əsasında ayrı-ayrılıqda

qiymətləndirmək olmur. Çünki, belə hallarda xətti hədlər və cüt vurma hasilləri üçün olan sütunlar bir-birindən fərqlənmirlər. Əgər cədvəl 5-də verilən sütunlara əlavə olaraq X_1X_3 hasili üçün daha bir sütun əlavə etsək, onda bu sütunun elementlərinin, dəqiqliklə X_2 sütunun elementlərinə bərabər olduğunu qəbul etmək olar. Beləliklə, təcrübələrin sayının azaldılması, əmsallar üçün qarışıq qiymətlərin alınmasına səbəb olur.

Baş əmsalların qarışıq olduğunu müəyyənəlmək üçün X_1X_2 -nin yerinə X_3 qoyulur və aşağıdakı ifadə alınır

$$X_3 = X_1X_2. \quad (15)$$

(15) ifadəsi, əsas münasibət ifadəsi adlanır. Əsas münasibət ifadəsinin hər iki tərəfini X_3 -ə vursaq yazıla bilər:

$$X_3^2 = X_1X_2X_3.$$

Bu halda sağ tərəfdən vahid sütun alınır:

$$1 = X_1X_2X_3. \quad (16)$$

(16) hasili müəyyənəlməyə təzad adlanır və onun köməyi ilə sütunlarda eyni elementlərin olduğunu müəyyən etmək olar.

Müəyyənəlməyə təzadı növbə ilə X_1, X_2, X_3 -ə vuraraq alırıq:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_1^2X_2X_3 = X_2X_3; \\ X_2 &= X_1X_3; & X_3 &= X_1X_2. \end{aligned} \quad (17)$$

Alınan (17) nisbətlərinə (14) qarışıq qiymətlər sistemi uyğun gəlir.

Kəsr faktorlu təcrübədən (KFT) istifadə edərkən, onun kəsr hissəsinin mümkün həllətmə imkanları haqqında dəqiq təsəvvür olmalıdır. Yəni əmsalların, uyğun baş əmsallar

üçün qarışıqsız qiymətlər olduğunu əvvəlcədən təyin etmək lazımdır. Sonrakı mərhələdə qoyulan məsələdən asılı olaraq kəsir hissə seçilir və onun köməyi ilə təcrübələrdən maksimum məlumat toplanılır.

Məsələn, dörd faktorlu $k = 4$ misalında, həlledici nisbət kimi:

$$X_4 = X_1 X_2 X_3 \quad (18)$$

ifadəsini və yaxud ikiqat qarşılıqlı təsir effektlərindən birini, məsələn

$$X_4 = X_1 X_2 \quad (19)$$

münasibətini götürmək olar.

(18) həlledici nisbətli planlaşdırma matrisi cədvəl 6-da verilmişdir.

Cədvəl 6 – Həlledici planlaşdırma matrisi

Table 6 – Solvency planning matrix

N	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1	+1	-1
4	+1	+1	-1	+1	-1
5	+1	+1	+1	-1	-1
6	+1	-1	-1	-1	-1
7	+1	-1	+1	-1	+1
8	+1	+1	-1	-1	+1

Müəyyənədiçisi $1 = X_1 X_2 X_3 X_4$ təzadından istifadə edərək müştərək qiymətlərin aşağıdakı sistemini almaq olar [1]:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_2 X_3 X_4 \quad b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{234} \\ X_2 &= X_1 X_3 X_4 \quad b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{134} \\ X_3 &= X_1 X_2 X_4 \quad b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{124} \\ X_4 &= X_1 X_2 X_3 \quad b_4 \rightarrow \beta_4 + \beta_{123} \\ X_1 X_2 &= X_3 X_4 \quad b_{12} \rightarrow \beta_{12} + \beta_{34} \\ X_1 X_3 &= X_2 X_4 \quad b_{13} \rightarrow \beta_{13} + \beta_{24} \\ X_1 X_4 &= X_2 X_3 \quad b_{14} \rightarrow \beta_{14} + \beta_{23} \end{aligned} \quad (20)$$

Real məsələlərin həllində üç qat qarşılıqlı təsir, iki qat qarşılıqlı təsirlə müqayisədə daha çox sıfıra bərabər olan qiymətlər ala bilər. Qoyulmuş məsələnin fiziki mahiyyətinə görə isə xətti effektlər üçün qiymətləndirmələrin əhəmiyyəti böyük olduqda, yeni yaradılmış həlledici nisbətlərdən istifadə etmək daha düzgün yol hesab edilir:

$$X_4 = X_1 X_2 X_3.$$

Həlledici nisbətdə (19) planlaşdırma matrisi cədvəl 7-də verilmiş şəkli alır.

Cədvəl 7 – Həlledici nisbətli planlaşdırma matrisi
 $0,2/8 = 0,025 \approx 0,03$

Table 7 – Solvency proportional planning matrix
 $0,2/8 = 0,025 \approx 0,03$

N	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1	+1	-1
4	+1	+1	-1	+1	-1
5	+1	+1	+1	-1	+1
6	+1	-1	-1	-1	+1
7	+1	-1	+1	-1	-1
8	+1	+1	-1	-1	-1

Həlledici təzad, $1 = X_1 X_2 X_4$ nisbəti ilə ifadə olunur və aşağıdakı qiymətləndirmə sistemi alınır [1].

$$\begin{aligned} X_1 &= X_2 X_4 & b_1 &\rightarrow \beta_1 + \beta_{24} \\ X_2 &= X_1 X_4 & b_2 &\rightarrow \beta_2 + \beta_{14} \\ X_3 &= X_1 X_2 X_3 X_4 & b_3 &\rightarrow \beta_3 + \beta_{1234} \\ X_4 &= X_1 X_2 & b_4 &\rightarrow \beta_4 + \beta_{12} \\ X_1 X_3 &= X_2 X_3 X_4 & b_{13} &\rightarrow \beta_{13} + \beta_{234} \\ X_2 X_3 &= X_1 X_3 X_4 & b_{23} &\rightarrow \beta_{23} + \beta_{134} \\ X_3 X_4 &= X_1 X_2 X_4 & b_{34} &\rightarrow \beta_{34} + \beta_{124} \end{aligned} \quad (21)$$

Nəticə etibarı ilə, polinomların yeni yaradılmış həlledici $X_4 = X_1X_2$ nisbəti olan kəsr hissəsindən istifadəyə, $\beta_{13}, \beta_{23}, \beta_{34}$ əmsallarına ehtiyac olduqda yaranır. Bəzi hallarda polinomların kəsr hissəsi daha yüksək dərəcəli olan bölgülərindən ($\frac{1}{4}$ hissə, $\frac{1}{8}$ hissə və s.) də istifadə edilir. P xətti effektləri, qarşılıqlı təsir effektləri ilə bərabərləşdirilən kəsr hissələrini 2^{k-p} ilə işarə edirlər.

Beləliklə, optimal iki səviyyəli planların 2^k və 2^{k-p} aşağıdakı üstünlükləri vardır: planlar ortoqonaldır (yəni, iki elementin skalyar hasili sıfıra bərabərdir) və buna görə də bütün hesablamalar sadədir; bütün əmsallar bir-birindən asılı olmayaraq təyin edirlər; hər bir əmsal aparılan N sayda təcrübənin nəticəsinə görə müəyyənləşdirilir; hər bir reqressiya əmsalı, bərabər qiymətə malik ən kiçik dispersiya ilə təyin edilir. Qeyd etmək lazımdır ki, 2^k və 2^{k-p} xətti planları rotatabellik (təcrübə nöqtələrinin heç olmasa iki kürədə yerləşməsi) xassəsinə malikdirlər. Əmsallar arasında korrelyasiyanın olmamasını nəzərə alaraq və dispersiyaların toplanması qanununa əsasən, k faktorlu xətti tənlik üçün yaza bilərik:

$$S_y^2 = S_{bo}^2 + x_1^2 S_{b1}^2 + \dots + x_k^2 S_{bk}^2. \quad (22)$$

$$\text{Belə ki, } S_{bj}^2 = \frac{S_{\text{əksətmə}}^2}{N}.$$

Onda,

$$\begin{aligned} S_y^2 &= \frac{S_{\text{əksətmə}}^2}{N} (1 + x_1^2 + \dots + x_k^2) = \\ &= \frac{S_{\text{əksətmə}}^2}{N} (1 + \rho^2) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\rho^2 = \sum_{j=1}^k x_j^2.$$

Burada ρ^2, k ölçülü fəzada kürənin radiusunun kvadratıdır. S_y^2 -na əks olan kəmiyyət, reqressiya tənliyində olan məlumatların ölçüsü kimi qəbul edilir.

(23) tənliyinə görə məlumatın sayı kürənin radiusunun kvadratına ρ^2 mütənasib olaraq azalır və bütün eyni məsafədə olan nöqtələr (ekvidistant nöqtələr) üçün eynidir. Belə xassəyə malik planlaşdırma, rotatablel planlaşdırılması adlanır.

Nəticə

Aparılan tədqiqatların nəticələri göstərir ki, rotasion emal əməliyyatının texnoloji etibarlılığının qiymətləndirilməsində, emal əməliyyatının texnoloji faktorları ilə, emal edilən detalların səthlərinin kəlkötürlüyü arasında əlaqələrin müəyyənləşdirilməsində təcrübələrin aparılmasının çox faktorlu planlaşdırma metodunun tətbiqi yüksək effektivliyi ilə fərqlənir. Bu metoddan istifadə təcrübələrin sayını kəskin sürətdə azaltmaqla bərabər rotasion emal əməliyyatını modelləşdirməyə və alınan riyazi modellərdən istifadə etməklə texnoloji parametrlərin optimal qiymətlərini təyin etməyə imkan verir.

Maraqlar münaqişəsi

Müəlliflər bu məqalədə araşdırılması tələb olunan maraqlar münaqişəsinin olmadığını qeyd edirlər.

REFERENCES

1. **Kafarov V.V.** Metodi kibernetiki v himi i himicheskoy tehnologii. – M.: Himiya. 1976. – 464 s.
2. **Gafarov A.M.** Rotatsionnoye tochenie. - Baku: Nauka, 2000. – 128 s.
3. **Gafarov A.M., Babaev G.M.** Rotatsionnoye honingovanie. – Baku: Nauka, 1999. – 132 s.
4. **Gafarov A.M., Shihseydov A.Sh.** Obrabotka metallov vibronakativaniem. – Baku: Nauka, 1999. – 204 s.
5. **Gafarov A.M., Abbasova G.N.** Raskativanie tonkostennih detaley. – Baku: Nauka. 2006. – 132 s.
6. **Suleymanov P.G.** Tribotekhnicheskie harakteristiki detaley mashin, ekspluatiruemih v ekstremalnih usloviyah. – Baku: Nauka, 2013. – 186 s.
7. **Monostirskiy V.P., Morozov V.A., Monostirskaya E.V., Rozhkova M.K.** Opit primeneniya komp'yuternogo modelirovaniya tekhnologicheskogo nagreva po razrabotke rezhima pajki. Tekhnologiya mashynostroeniya, 2020, №6, c. 56-61.
8. **Suleymanov P.G.** Povishenie nadezhnosti mashin y oborudovaniy, ekspluatiruemih v ekstremalnih usloviyah. – Baku: Nauka, 2018. - 308 s.
9. **Qafarzadə H.V., Qafarov A.M., Xankişiyev İ.A.** Maşın və avadanlıqların etibarlılığını qiymətləndirmək üçün informasiyanın emalı metodlarının təhlili. Azərbaycan Mühəndislik Akademiyasının Xəbərləri, Bakı, 2023, c.16 (2), s. 29-41.