

Launching Satellites for Earth Radiation Monitoring using Low-Thrust Engines

T.H. Mammadzada

Azerbaijan National Academy of Aviation (Mardakan ave. 30, Baku, AZ1045, Azerbaijan)

For correspondence:

Mammadzada Tarlan / email: tmamedzadeh@gmail.com

Abstract

This article studies various scenarios of the launch of satellites using an electric propulsion system into predetermined orbits for the purpose of study of the Earth's radiation belts. The parameters of various scenarios of the group satellite launch are calculated – considering both the form of ridershare launch of a satellite and the clustered launch of two satellites into specified elliptical orbits for the Earth radiation monitoring. The satellite launch scheme assumes successive delivery of satellites with the help of a space tug, previously launched into a base circular orbit and equipped with an electric rocket propulsion system. The problem of the spacecraft flight trajectory optimization with low thrust under the condition of minimization of the flight time is solved using the maximum principle of Pontryagin. Using the modified Newton's method, the boundary value problem is transformed to the Cauchy problem, the solution of which is found by numerical integration of a system of ordinary differential equations. The results obtained demonstrate the technical feasibility of the problem of satellites launch into specified orbits using low-thrust engines.

Keywords: low thrust, electric propulsion engine, orbital analysis.

DOI 10.52171/2076-0515_2023_15_01_16_25

Received 01.12.2022

Revised 16.03.2023

Accepted 27.03.2023

For citation:

Mammadzada T.H.

[Launching satellites for earth radiation monitoring using low-thrust engines]

Herald of the Azerbaijan Engineering Academy, 2023, vol. 15, no. 1, pp. 16-25 (in Russian)

Yerin radiasiyasının monitorinqi üçün peyklərin kiçik dartı qüvvəsi ilə orbitlərə çıxarılması

T.H. Məmmədzadə

Azərbaycan Milli Aviasiya Akademiyası (Mərdəkan pr. 30, Bakı, AZ1045, Azərbaycan)

Yazışma üçün:

Məmmədzadə Tərlan / email: tmamedzadeh@gmail.com

Xülasə

Məqalədə elektrik raket mühərriklərinin istifadəsi ilə Yerin radiasiya qurşaqlarının öyrənilməsi üçün peyklərin orbitlərə çıxarılmasının müxtəlif ssenariləri nəzərdən keçirilir. Peyklərin qrup şəklində buraxılması sxemləri formalaşdırılır – kiçik peykin əsas peyk ilə birgə orbitə çıxarılması və iki peykin klaster şəklində orbitlərə buraxılması üzrə müxtəlif parametrlər hesablanır. Peyklərin buraxılma sxemi əvvəlcədən aşağı dairəvi orbitə buraxılmış və elektrik raket mühərrikləri sistemi ilə təchiz edilmiş sürətləndirmə blokunun köməyi ilə ardıcıl şəkildə nəzərdə tutulur. Uçuş vaxtının minimallaşdırılması şərti ilə kiçik dartı qüvvəsi ilə kosmik gəminin uçuş trayektoriyasının optimallaşdırılması problemi Pontryaqinin maksimum prinsipindən istifadə etməklə həll edilir. Modifikasiya edilmiş Nyuton metodundan istifadə edərək sərhəd məsələsi Koşi məsələsinə endirilir, onun həlli adi diferensial tənliklər sisteminin ədədi integrasiyası ilə tapılır. Əldə edilmiş nəticələr kiçik dartı qüvvə mühərriklərindən istifadə etməklə peyklərin müəyyən edilmiş orbitlərə çıxarılması məsələsinin texniki mümkünlüyünü nümayiş etdirir.

Açar sözlər: kiçik dartı qüvvəsi, elektrik raket mühərrikləri, orbitlərin analizi.

DOI 10.52171/2076-0515_2023_15_01_16_25

УДК 629.783

Выведение спутников для радиационного мониторинга Земли с помощью малой тяги

Т.Г. Маммадзада

Азербайджанская Национальная академия авиации (Мардакянский пр. 30, Баку, AZ1045, Азербайджан)

Для переписки:

Маммадзада Тарлан / email: tmamedzadeh@gmail.com

Аннотация

В статье рассматриваются различные сценарии выведения спутников на орбиты для изучения радиационных поясов Земли с использованием электроракетной двигательной установки. Рассчитываются параметры сценариев группового запуска спутников – попутного запуска спутника и кластерного запуска двух спутников на заданные эллиптические орбиты для радиационного мониторинга Земли. Схема выведения спутников предполагает поочередное выведение спутников с помощью разгонного блока, предварительно выведенного на опорную круговую орбиту и оснащенного электроракетной двигательной установкой. Задача оптимизации траектории перелёта космического аппарата с малой тягой решается при условии минимизации времени перелёта с применением принципа максимума Л.С.Понтрягина. Краевая задача с помощью модифицированного метода Ньютона сводится к задаче Коши, решение которой находится численным интегрированием системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Полученные результаты демонстрируют техническую реализуемость задачи выведения спутников на заданные орбиты с использованием двигателей малой тяги.

Ключевые слова: малая тяга, электроракетные двигательные установки, орбитальный анализ.

Введение

В электроракетной двигательной установке (ЭРДУ) электрическая энергия бортовой энергоустановки космического аппарата (КА) используется в качестве источника энергии для создания тяги. Характерной особенностью всех типов электроракетных двигателей является очень малая сила тяги и, соответственно, ускорение, намного меньшее ускорения свободного падения Земли. При этом, в сравнении с химическими ракетными двигателями, ЭРДУ характеризуются более высоким значением удельного импульса, соответственно маневр с использованием ЭРДУ затрачивает меньше топлива. Следовательно, ЭРДУ позволяют существенно повысить максимальную массу выводимой полезной нагрузки [1].

В статье рассматривается выведение группировки спутников на орбиты для радиационного мониторинга Земли с помощью разгонного блока (РБ) сухой массой 1000 кг, оснащённого электроракетной двигательной установкой и предварительно выведенного на опорную орбиту (круговую орбиту высотой 200 км) с космодрома «Восточный» (российский космодром на Дальнем Востоке в Амурской области, вблизи города Циолковский). После выведения всех спутников, с целью ускорения выведения РБ в атмосферу (для предотвращения увеличения объёмов космического мусора в околоземном пространстве), высота перигея РБ снижается до 100 км.

Рассматриваются *три сценария* выведения спутников на заданные орбиты:

1. Спутник массой 100 кг выводится на орбиту с параметрами [высота апогея $Ra = 8000$ км, высота перигея $Rp = 600$ км, наклонение $i = 64.3^\circ$, аргумент пе-

ригея $\omega = 300^\circ$, долгота восходящего узла Ω – свободная] попутно с выводом основного спутника массой 1000 кг на орбиту типа «Молния», имеющую те же наклонение и высоту перигея, но аргумент перигея 270° и величину большой полуоси 26555 км.

2. Два спутника массой 100 кг выводятся на орбиту с параметрами [$Ra = 8000$ км, $Rp = 600$ км, $i = 64.3^\circ$, $\omega = 300^\circ$] с разницей в долготах восходящего узла орбит 30° .

3. Спутник массой 100 кг выводится на орбиту с параметрами [$Ra = 2000$ км, $Rp = 800$ км, $i = 80^\circ$, $\omega = 300^\circ$, Ω – свободная] попутно с выведением основного спутника (или группы спутников) массой 1000 кг на круговую орбиту с тем же наклонением и высотой 800 км.

Целью статьи является оптимизация траекторий выведения спутников на заданные орбиты с помощью электроракетной двигательной установки при условии минимизации длительности перелёта космического аппарата, расчёт параметров оптимальных траекторий межорбитальных перелётов и демонстрация технической реализуемости задачи выведения спутников на орбиты для радиационного мониторинга Земли с помощью малой тяги.

Методика оптимизации схем выведения спутников с малой тягой

Известно, что в большинстве случаев решение динамической задачи проектирования траекторий, описывающих движение центра масс космического аппарата, сводится к необходимости рассмотрения различного рода оптимизационных проблем.

Это связано с физическими особенностями функционирования реактивного двигателя, а также со сложностью поиска программ управления тягой аппарата, т.к. управления тягой, полученные в результате решения задачи проектирования схем выведения, должны отвечать многочисленным требованиям и ограничениям, налагаемым на требуемое траекторное движение космического аппарата [2, 3]. Оптимизационный подход к рассмотрению задач баллистического проектирования траекторий космического аппарата является базовым, и, наряду с элементами небесной механики, элементы теории экстремальных задач составляют ее общую теоретическую основу [4].

При решении оптимизационной задачи в качестве критерия качества рассматривается интегральный или терминальный, непрерывный и непрерывно дифференцируемый функционал, в большинстве случаев характеризующий затраты топлива на межорбитальный перелёт или продолжительность межорбитального перелёта. В качестве основных формальных ограничений обычно рассматривается область допустимых управлений, характеризующая физические ограничения управления аппаратом, а также соответствующие ей ограничения фазовых координат, описывающие управляемое движение центра масс космического аппарата, или же определяющие границу фазового пространства динамической системы. Решением задачи оптимизации служит пара вектор-функций, соответствующая заданному критерию качества и характеризующая управление аппаратом с электроракетной двигательной установкой, а также некоторый ряд прочих характеристик траектории или самого космического аппарата [5, 6].

Орбитальный переход при помощи ЭРДУ занимает длительное время по сравнению с химическими ракетными двигателями, поэтому при выборе стратегии оптимизации предпочтение отдаётся оптимизации времени перелёта. Трудность в решении задачи быстрогодействия с двигателями малой тяги составляет большое время полёта и, следовательно, накопление значительной вычислительной ошибки, которая ухудшает сходимость численных методов. В решаемой двухточечной краевой задаче (Two point Boundary Value Problem, TPBVP) с целью улучшения сходимости применяются следующие методы [7]:

- Система дифференциальных уравнений заменяется осредненной по витку.
- Для выбора начального предположения значений неизвестных переменных в задаче минимизации времени полёта сначала решается задача минимизации энергетических затрат перелёта, в которой в качестве переменной управления рассматривается ускорение космического аппарата без ограничения ее модуля.

Дифференциальные уравнения движения КА с ЭРДУ, записанные в геоинерциальной декартовой системе координат, имеют вид [8]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3} x + \frac{\delta u}{m} e_p \\ \frac{dm}{dt} = -\frac{\delta P}{\omega} \end{array} \right\}$$

с начальными условиями $x_0 = x(t_0), \dot{x}_0 = \dot{x}(t_0)$, где x – вектор положения КА, μ – гравитационный параметр, t – время, r – расстояние от притягивающего центра до КА, δ – функция включения двигателя (ра-

вен 0 или 1), u – величина реактивной тяги, m – масса КА, ω – скорость истечения ЭРДУ, e_p – единичный вектор вдоль вектора тяги ЭРДУ.

Для обеспечения высокой точности и вычислительной производительности, вычисления многовитковых траекторий КА с ЭРДУ производятся в равноденственных элементах [9]:

$$\begin{aligned} a, e_x &= e \cos(\omega + \Omega), e_y = e \sin(\omega + \Omega), \\ h_x &= \tan\left(\frac{i}{2}\right) \cos(\Omega), h_y = \tan\left(\frac{i}{2}\right) \sin(\Omega), \\ L &= \omega + \Omega + v, \end{aligned}$$

где a – большая полуось, e – эксцентриситет, ω – аргумент перицентра, i – наклонение, Ω – долгота восходящего угла, v – истинная аномалия, L – истинная долгота.

Примем вектор $x = [a, e_x, e_y, h_x, h_y]$. Рассмотрим уравнения Гаусса изменения орбитального положения КА:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, L) \frac{u}{m} \\ \frac{dL}{dt} = g_0(x, L) + g_1(x, L) \frac{u}{m} \end{cases}$$

где $g_0(x, L)$, $g_1(x, L)$ и $f(x, L)$ описываются следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} g_0(x, L) &= \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \frac{D^2}{A^3} \\ g_1(x, L) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sqrt{\frac{a}{\mu}} \frac{A}{D} (h_x \sin L - h_y \cos L) \end{bmatrix} \\ f(x, L) &= \sqrt{\frac{a}{\mu}} \frac{A}{D} \begin{bmatrix} \frac{2aBD}{A^2} & 0 & 0 \\ \frac{2(e_x + \cos L)D}{B} & \frac{-C}{B} & -e_y(h_x \sin L - h_y \cos L) \\ \frac{2(e_y + \sin L)D}{B} & \frac{E}{B} & e_x(h_x \sin L - h_y \cos L) \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1 + h_x^2 + h_y^2) \cos L \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1 + h_x^2 + h_y^2) \sin L \end{bmatrix} \end{aligned}$$

A, B, C, D, E определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{1 - e_x^2 - e_y^2} \\ B &= \sqrt{1 + 2e_x \cos L + 2e_y \sin L + e_x^2 + e_y^2} \\ C &= 2e_x e_y \cos L - \sin L (e_x^2 - e_y^2) + 2e_y + \sin L \end{aligned}$$

$$D = 1 + e_x \cos L + e_y \sin L$$

$$E = 2e_x e_y \sin L + \cos L (e_x^2 - e_y^2) + 2e_x + \cos L$$

В задаче минимизации времени перелёта двигатель космического аппарата управляется постоянно. Задача оптимального управления (перелёт за минимальное время со свободной конечной истинной аномалией) формулируется следующим образом [9]:

$$\begin{cases} \min t_1 \\ \frac{dx}{dt} = f(x, L) \frac{u}{mg} \\ \frac{dL}{dt} = g_0(x, L) + g_1(x, L) \frac{u}{m} \\ \frac{dm}{dt} = -\frac{|u|}{g_e I_{sp}} \\ x(t_0) = x_0 \quad x(t_1) = x_1 \\ L(t_0) = 0 \quad L(t_1) \text{ своб.} \\ m(t_0) = m_0 \quad m(t_1) \text{ своб.} \\ t_1 \text{ своб.} \end{cases}$$

Задача оптимизации траектории перелёта космического аппарата с малой тягой при условии минимизации времени перелёта решается с применением принципа максимума Л.С. Понтрягина. Нелинейная краевая задача принципа максимума решается численно. В настоящей работе задача решена по вычислительной схеме с использованием модифицированного метода Ньютона. Задача Коши интегрировалась методом Рунге-Кутты 8-го порядка с автоматическим выбором шага.

Для решения задачи методом Ньютона следует подобрать близкое к решению локальное начальное приближение. Для подбора начального приближения в задаче минимизации времени перелёта сначала рассматривается задача минимизации энергетических затрат перелёта (без ограничения модуля ускорения) [9]:

$$\begin{cases} \min_{|u| \leq u_{max}} \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} u^2 dt \\ \frac{dx}{dt} = f(x, L)u \\ \frac{dL}{dt} = g_0(x, L) + g_1(x, L)u \\ x(t_0) = x_0 \quad x(t_1) = x_1 \\ L(t_0) = L_0 \quad L(t_1) = L_1 \\ t_1 \text{ своб.} \end{cases}$$

Краевая задача состоит из 10 уравнений, в которых 5 неизвестных переменных $p_x(0)$ приравнены нулю в качестве начального предположения для решения краевой задачи.

Таким образом, при решении задачи минимизации времени начальные значения переменных подбираются следующим образом [7, 9]:

- 5 начальных значений p_x берутся из решения задачи минимизации энергетических затрат;
- Начальное значение p_m равно -1 (т.к. оптимальное значение негативно);
- Начальное значение L_1 устанавливается с учетом решения задачи минимизации энергетических затрат.

Результаты оптимизации траекторий выведения спутников с малой тягой

Начальным положением разгонного блока сухой массой 1000 кг со спутниками считается низкая опорная орбита – круговая орбита высотой 200 км. Наклонение и долгота восходящего узла опорной орбиты подбираются таким образом, чтобы опорная орбита была на одной плоскости с плоскостью орбиты спутника, выводимого первым. Космический аппарат – первоначально разгонный блок со спутниками, развозит спутники с опорной орбиты по назначенным орбитам. После выведения

спутников РБ опускается на высоту 100 км для вывода с орбиты. Используются электроракетные двигатели постоянной тяги 0,332 Н с удельным импульсом 1500 с. Масса космического аппарата считается переменной, что подразумевает переменное ускорение.

В качестве инерциальной декартовой системы координат используется международная геоинерциальная система координат ICRS, определённая в конвенции 2003 года Международной службы вращения Земли и систем координат (IERS) [10].

Гравитационное поле Земли считается центральным ньютоновским; гравитационным влиянием третьих тел, аэродинамическим сопротивлением и световым давлением потока солнечного электромагнитного излучения в расчётах пренебрегается. С целью решения динамической задачи оптимизации выведения спутников космический аппарат (разгонный блок со спутниками) рассматривается в качестве материальной точки, без учета проектных параметров аппарата.

Сценарий 1

Спутник массой 100 кг выводится с опорной орбиты (круговой орбиты высотой 200 км) на орбиту с параметрами [$R_a = 8000$ км, $R_p = 600$ км, $i = 64.3^\circ$, $\omega = 300^\circ$, Ω - свободная] попутно с выводом большого спутника массой 1000 кг на орбиту типа «Молния», имеющую те же наклонение и высоту перигея, но аргумент перигея 270° , высоту перигея 3000 км и высоту апогея 37362 км (рис. 1, 2, 3, 4).

Результаты задачи выведения спутников в первом сценарии представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты задачи выведения спутников в первом сценарии

Table 1 – Results of the first scenario of the satellites delivery

	Переход на первую целевую орбиту (рис. 1, 2)	Переход на вторую целевую орбиту (рис. 3,4)	Выведение РБ с орбиты
Затраты топлива (кг)	548,7	484,6	27,9
Суммарный Δv (м/с)	2676,2	3167,6	373,4
Время перелёта (суток)	281	248	14,3
Число витков	3139,3	1032,6	29,8

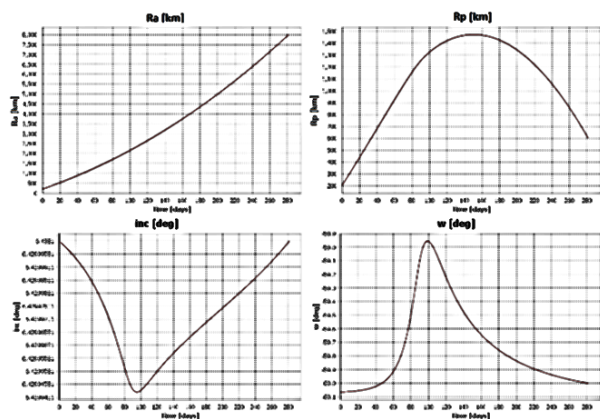


Рисунок 1 – Изменение параметров перелёта при переходе на первую орбиту в первом сценарии

Figure 1 – Change of the trajectory parameters during delivery to the first orbit in the first scenario

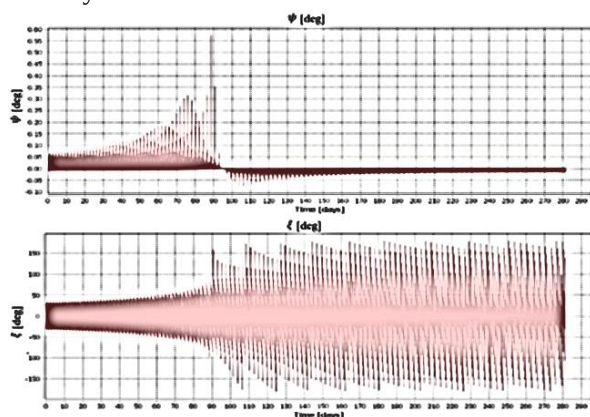


Рисунок 2 – Изменение высоты (сверху) и азимута (снизу) угла ориентации вектора тяги при переходе на первую орбиту в первом сценарии

Figure 2 – Change of the height (top) and azimuth (bottom) of the orientation vector during delivery to the first orbit in the first scenario

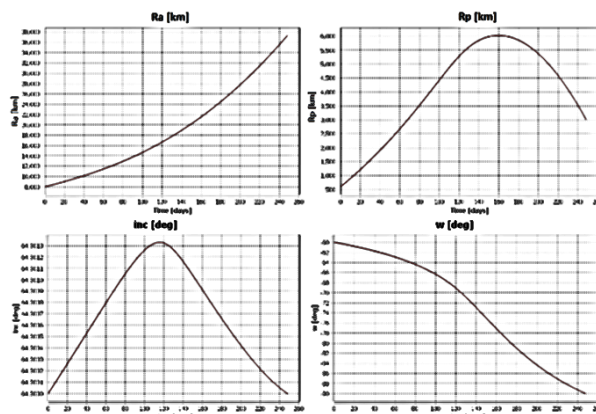


Рисунок 3 – Изменение параметров перелёта при переходе на вторую орбиту в первом сценарии

Figure 3 – Change of the trajectory parameters during delivery to the second orbit in the first scenario

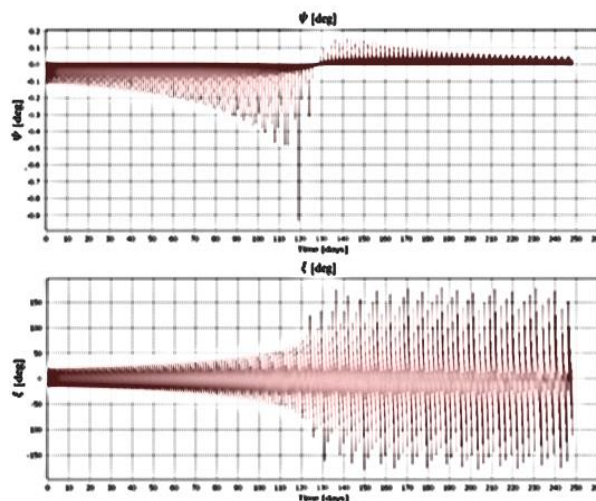


Рисунок 4 – Изменение высоты (сверху) и азимута (снизу) угла ориентации вектора тяги при переходе на вторую орбиту в первом сценарии

Figure 4 – Change of the height (top) and azimuth (bottom) of the orientation vector during delivery to the second orbit in the first scenario

Сценарий 2

Два спутника массой 100 кг выводят-ся на орбиту с параметрами [$R_a = 8000$ км, $R_p = 600$ км, $i = 64.3^\circ$, $\omega = 300^\circ$] с разни-цей долгот восходящего узла орбит 30° (рис. 5, 6).

Результаты задачи выведения спутни-ков во втором сценарии представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты задачи выведения спутников во втором сценарии

Table 2 – Results of the second scenario of the satellites delivery

	Переход на первую целевую орбиту	Переход на вторую целевую орбиту (рис. 5, 6)	Выведение РБ с орбиты
Затраты топлива (кг)	339,2	327,2	12,5
Суммарный dV (м/с)	2676,2	3558,5	169,8
Время перелёта (суток)	174	167,8	6,4
Число витков	1940,6	1152,2	51,6

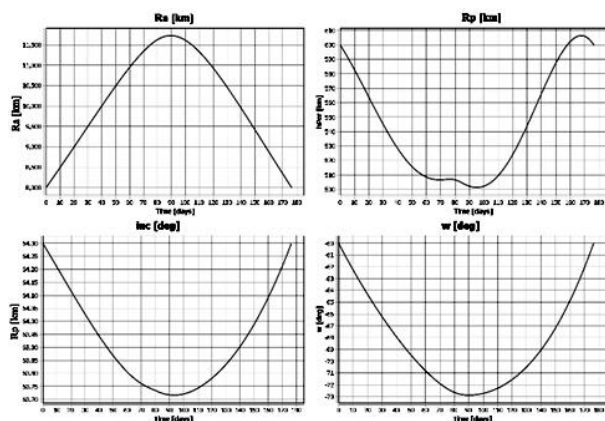


Рисунок 5 – Изменение параметров перелёта при переходе на вторую орбиту во втором сценарии

Figure 5 – Change of the trajectory parameters during delivery to the second orbit in the second scenario

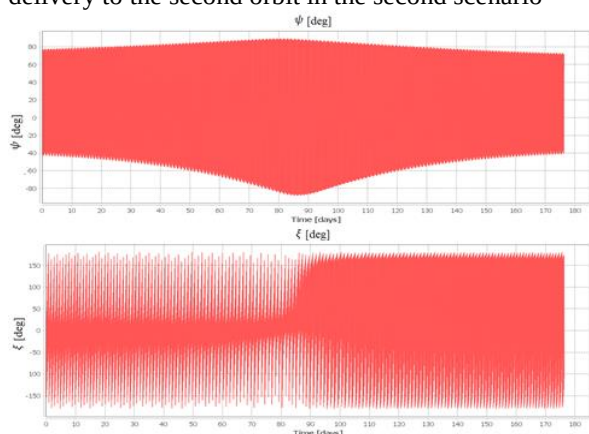


Рисунок 6 – Изменение высоты и азимута угла ориентации вектора тяги при переходе на вторую орбиту во втором сценарии

Figure 6 – Change of the height and azimuth of the orientation vector during delivery to the second orbit in the second scenario

Сценарий 3

Спутник массой 100 кг выводится на орбиту с параметрами [$R_a=2000$ км, $R_p=800$ км, $i=80^\circ$, $\omega=300^\circ$] попутно с выведением основного спутника (или группы спутников) массой 1000 кг на круговую орбиту с тем же наклонением и высотой 800 км (рис. 7, 8).

Результаты задачи выведения спутников в третьем сценарии представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты задачи выведения спутников в третьем сценарии

Table 3 – Results of the third scenario of the satellites delivery

	Переход на первую целевую орбиту	Переход на вторую целевую орбиту (рис. 7, 8)	Выведение РБ с орбиты
Затраты топлива (кг)	51,4 кг	41,9 кг	22,6 кг
Суммарный dV (м/с)	332,4 м/с	537,4 м/с	327,9 м/с
Время перелёта (суток)	26,3 дней	21,5 дней	11,6 дней
Число витков	402,3	288,6	152

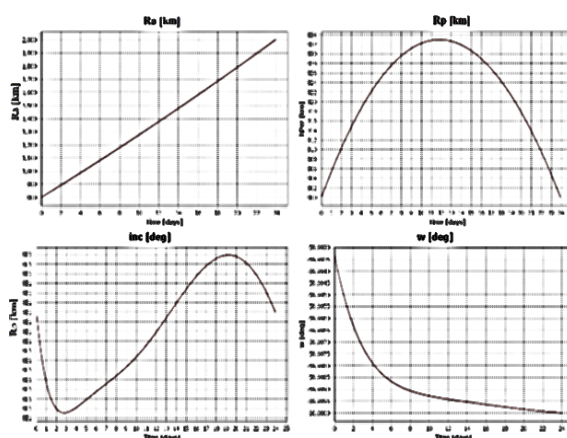


Рисунок 7 – Изменение параметров орбиты при переходе на вторую орбиту в третьем сценарии

Figure 7 – Change of the trajectory parameters during delivery to the second orbit in the third scenario

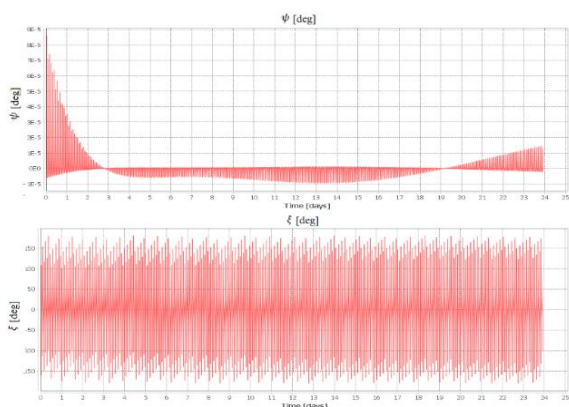


Рисунок 8 – Изменение высоты (сверху) и азимута (снизу) угла ориентации вектора тяги при переходе на вторую орбиту в третьем сценарии
Figure 8 – Change of the height (top) and azimuth (bottom) of the orientation vector during delivery to the second orbit in the third scenario

Полученные результаты (таблица 4) демонстрируют техническую реализуемость задачи выведения группировки спутников с использованием электроракетной двигательной установки на заданные орбиты для радиационного мониторинга Земли.

Таблица 4 – Основные результаты задач выведения спутников на орбиты с малой тягой
Table 4 – Results of the problem of satellites launch using low-thrust engines

	Сц. 1	Сц. 2	Сц. 3
Полный ΔV (м/с)	6217,2	6404,5	1197,7
Масса топлива (кг)	1061,2	678,9	115,9
Масса спутников (кг)	1100	200	1100
Общее время миссии (суток)	543	348	59

Заключение

Рассматривается выведение спутников на орбиты для радиационного мониторинга Земли с помощью электроракетной двигательной установки. Электроракетные двигательные установки, в сравнении с химическими ракетными двигателями, обла-

дают более высоким значением удельного импульса и, тем самым, для выведения спутников требуют меньших затрат топлива. Таким образом, ЭРДУ позволяют существенно повысить максимальную массу выводимой полезной нагрузки.

Задача минимизации длительности перелёта с использованием электроракетной двигательной установки решается с применением принципа максимума Л.С. Понтрягина. Краевая задача с помощью модифицированного метода Ньютона сводится к задаче Коши, решение которой находится численным интегрированием системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для улучшения сходимости решений задач многовитковых межорбитальных перелётов используется метод осреднения [11].

В первой задаче, в которой рассматривалось выведение спутника массой 100 кг на орбиту с высотой апогея 8000 км и перигея 600 км попутно с выведением спутника массой 1000 кг на орбиту типа «Молния», затраты топлива составили **1061 кг**. Выведение спутников по данной схеме может быть осуществлено в течение **543 суток**. Во второй задаче (выведение спутников массой 100 кг на орбиту высотой апогея 8000 км и перигея 600 км с разницей в долготе восходящего узла орбит в 30°) затраты топлива составили **679 кг** (выведение спутников за **348 суток**). В третьей задаче (выведение спутника массой 100 кг на орбиты высотой апогея 2000 км и перигея 800 км попутно с выведением спутника массой 1000 кг на круговую орбиту высотой 800 км) затраты топлива составили **116 кг** (выведение спутников за **59 суток**).

Таким образом, в работе продемонстрирована техническая реализуемость за-

дачи выведения группировки спутников на орбиты для радиационного мониторинга Земли с помощью электроракетной двигательной установки – малой тяги.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов, связанных с публикацией данной статьи.

REFERENCES

1. **Martynov M.B., Petuhov V.G.** Konceptiya primeneniya elektroraketnoj dvigatel'noj ustanovki v nauchnyh kosmicheskikh proektah: preimushchestva i osobennosti, primery realizacii. *Vestnik FGUP «NPO im. S.A.Lavochkina»*, № 2, 2011, s. 3-11 (*in Russian*)
2. **Grodzovskij G.P., Ivanov Yu.N., Tokarev V.V.** Mekhanika kosmicheskogo poleta s maloj tyagoy. M.: Nauka, 1975. - 679 p. (*in Russian*)
3. **Levantovskij V.I.** Mekhanika kosmicheskogo poleta v elementarnom izlozhenii, M.: Nauka, 1980. - 512 p. (*in Russian*)
4. **Alekseev V.M., Tihomirov V.M., Fomin S.V.** Optimalnoe upravlenie, M.: Nauka, 1979. - 432 p. (*in Russian*)
5. **Nikolichiev I.A.** Optimizaciya mnogovitkovogo mezhorbital'nogo pereleta kosmicheskogo apparata s elektroraketnoj dvigatel'noj ustanovkoj s uchetom dejstviya vozmushchenij, 2009. (*in Russian*)
6. **Ivanyuhin A.V., Petuhov V.G.** Zadacha minimizacii tyagi i ee prilozheniya. Kosmicheskie issledovaniya, t. 53, № 4, 2015, 320 p. (*in Russian*)
7. **Geffroy S., Epenoy R.** Optimal low-thrust transfers with constraints-generalization of averaging tehnics. *Acta Astronautica*, vol. 41, no. 3, 1997. (*in English*)
8. **Petuhov V.G.** Optimizaciya traektorij kosmicheskix apparatov s elektroraketnymi dvigatel'nyimi ustanovkami metodom prodolzheniya, 2013, 23 p. (*in Russian*)
9. **Fourcade J., Geffroy S., Epenoy R.** An averaging optimal control tool for low-thrust minimum-time transfers, Centre National d'Etudes Spatiales, 1991. Pp. 133-149 (*in English*)
10. **McCarthy D.D., Petit G.** IERS Technical Note No. 32. IERS Conventions (2003). IERS Conventions Centre, Frankfurt am Main, 2004, 127 p. (*in English*)
11. <http://www.ama.com.az/rus/>