

UDC 629.7

DOI 10.52171/2076-0515_2024_16_02_19_23

Finding Circulation using Zhukovsky's Theorem

M.G. Isgandarov, M.I. Nusratzade

Azerbaijan National Academy of Aviation (Mardakan ave., 30, Baku, AZ1045, Azerbaijan)

For correspondence:

Nusratzade Murad / e-mail: misgandarov@naa.edu.az

Abstract

In the presented article, it was proved that the lifting force of an infinitely extendable wing is equal to the product of gas (liquid) density, speed, circulation the length of the wing section. It is shown that the direction of influence of the lifting force is obtained by turning the direction of the velocity of the flow by 90 degrees against the direction of circulation. With the help of Zhukovsky's theorem, it was shown that the connection between the circulation and the aerodynamic parameters of the wing is established.

Keywords: blade, circulation speed, blade flow, vortex theory, aspect ratio, lift, propeller radius.

Received 13.05.2024

Revised 11.06.2024

Accepted 21.06.2024

For citation:

M.G. Isgandarov, M.I. Nusratzade

[Finding Circulation using Zhukovsky's Theorem]

Herald of the Azerbaijan Engineering Academy, 2024, vol. 16, № 2, pp. 19-23 (in Azerbaijani)

Jukovski teoremindən istifadə edərək dövriyyələnmənin tapılması

M.Q. İsgəndərov, M.İ. Nüsrətzadə

Azərbaycan Milli Aviasiya Akademiyası (Mərdəkan pr. 30, Bakı, AZ1045, Azərbaycan)

Xülasə

Təqdim olunan məqalədə sonsuz uzadılmalı qanadın qaldırıcı qüvvəsi qazın (mayenin) sıxlığı, sürəti, dövriyyələnməsi və qanad kəsiyinin uzunluğunun hasilinə bərabər olduğu isbat olunmuşdur. Qaldırıcı qüvvənin təsir istiqaməti, axının sürət istiqamətini dövriyyələnmə istiqamətinin əksinə 90° döndərməklə alındığı göstərilib. Jukovski teoreminin köməyi ilə dövriyyələnmə ilə qanadın aerodinamik parametrləri arasında əlaqə yaradıldığı göstərilmişdir.

Açar sözlər: pər, sürət dövriyyələnməsi, pər kəsiyi, burulğan nəzəriyyəsi, qanadın qolayı, qaldırıcı qüvvə, vintin radiusu.

Нахождение циркуляции по теореме Жуковского

М.Г. Искендеров, М.И. Нусратзаде

Азербайджанская Национальная академия авиации (Мардакянский пр., 30, Баку, AZ1045, Азербайджан)

Аннотация

В представленной статье доказано, что подъемная сила бесконечно расширяемого крыла равна произведению плотности газа (жидкости), циркуляции скорости и длины секции крыла. Показано, что направление воздействия подъемной силы зависит от поворота направления скорости потока на 90 градусов против направления циркуляции. С помощью теоремы Жуковского показано, что существует связь между циркуляцией и аэродинамическими параметрами крыла.

Ключевые слова: лопасть, циркуляция скорости, течение лопасти, вихревая теория, удлинение крыла, подъемная сила, радиус винта.

Giriş

Pərlə qanad arasındakı analogiya, qanadın burulğan nəzəriyyəsində (induktiv müqavimət nəzəriyyəsi) uğurla istifadə olunan pərin burulğanlar sistemi ilə əvəz edilməsi metodundan istifadə etməyə əsas verir. Hər iki nəzəriyyənin - həm pər nəzəriyyəsinin, həm də qanad nəzəriyyəsinin əsasını məlum olduğu kimi, Jukovskinin təklif etdiyi "birləşdirilmiş" burulğan ideyası təşkil edir. Ona görə də Jukovski teoreminin əsas müddəalarını göstərmək lazımdır [1].

İşin məqsədi

Sonsuz qolaylı qanadın uzunluğu vahidə bərabər olan kəsiyini nəzərdən keçirək. Qanad həyəcanlanmamış, V_∞ sürətinə malik olan və x oxu boyunca yönəlmiş, ideal-sıxılmayan qaz axınında yerləşir. Qanadın ətrafındakı nəzarət səthini qanadın vətərindən böyük radiusa malik sonsuz uzun silindr şəklində təsəvvür edək. Bu silindrin vahid uzunluğunu nəzərdən keçirək. Xaricdən R radiuslu silindrlə və daxildən qanadla məhdudlaşan qazın həcminə aşağıdakı qüvvələr təsir edir:

- qazın nəzarət səthindən axması zamanı hərəkət miqdarının dəyişməsi nəticəsində yaranan qüvvə - N_j ;
- silindrin səthinə təsir edən təzyiq qüvvəsi - N_p ;
- qanadın reaksiya qüvvəsi - N .

Nəzəri modelləşdirmə

Sistem tarazlıqdadır. Ona görə də, bütün qüvvələrin istənilən ox üzərinə proyeksiyaları cəmi sıfıra bərabər olmalıdır.

Bütün qüvvələri y oxuna proyeksiyalayaq:

$$Y_j + Y_p + Y_a = 0 \quad (1)$$

və ya

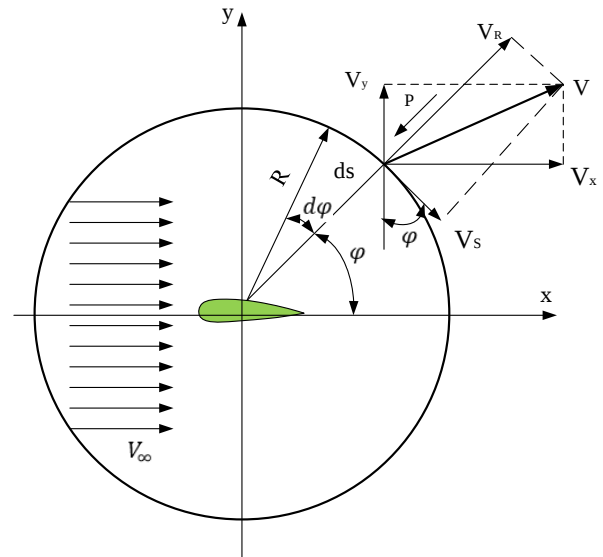
$$Y_j + Y_p = -Y_a \quad (2)$$

Burada, $-Y_a$ qüvvəsi, qanadın havaya göstərdiyi təsir qüvvəsidir, yəni əks işarə ilə havanın qanada göstərdiyi təsir qüvvəsidir. Deməli bu qüvvə müsbət işarəli qaldırıcı qüvvədir, yəni

$$Y_a = Y_j + Y_p \quad (3)$$

İndi isə nəzarət səthinin ds elementinə baxaq (Şəkil). Bu elementdən, dt zaman fasiləsində $dm = \rho V_R ds \cdot 1$ hava kütləsi keçir. Y oxu boyunca hərəkət miqdarının artımı aşağıdakı kimi olacaq [2]:

$$V_y dm = \rho V_R V_y ds \quad (4)$$



Şəkil – Pər kəsiyinə təsir edən qüvvələr
Figure – Forces on the cross section of blade

Bütün səthdən keçən hava kütləsi:

$$\int_0^S V_y dm = \int_0^S \rho V_R V_y ds \quad (5)$$

ifadəsi ilə tapılacaq.

İmpulslar teoreminə əsasən [3]:

$$Y_j = - \int_0^S \rho V_R V_y ds \quad (6)$$

Təzyiqlər fərqiindən alınan qüvvəsinin proyeksiyası

$$Y_p = - \int_0^S (p - p_\infty) \sin \phi d\phi \quad (7)$$

ifadəsi ilə tapılacaqdır.

(6) və (7) ifadələrini (2) ifadəsində yerinə yazsaq,

$$-\int_0^s \rho V_R V_y ds - \int_0^s (p - p_\infty) \sin \varphi d\varphi = Y_a \quad (8)$$

Bernulli tənliyindən alırıq ki,

$$p - p_\infty = \frac{\rho V_\infty^2}{2} \left(1 - \frac{V^2}{V_\infty^2}\right) \quad (9)$$

(9) ifadəsini (8)-də yerinə yazsaq,

$$Y_a = -\int_0^s \rho V_R V_y ds - \frac{\rho V_\infty^2}{2} \int_0^s \left(1 - \frac{V^2}{V_\infty^2}\right) \sin \varphi d\varphi \quad (10)$$

Qanad axına həyəcanlanma gətirir və ds elementində oxlar üzrə sürətləri $V_x = V_\infty + v_x$, $V_y = v_y$ kimi təqdim etmək olar, burada v_x və v_y qanadın təsiri nəzərə alınmaqla hava axınının sürətidir, yəni induktiv sürətlərdir. Nəzarət səthinin radiusu kifayət qədər böyük olduğundan, qanadın yaratdığı həyəcanlanma, v_x və v_y induktiv sürətlər, V_∞ sürəti ilə müqayisədə kiçikdir. Onda,

$$\begin{cases} V^2 = V_x^2 + V_y^2 = V_\infty^2 + 2V_\infty v_x + v_x^2 + v_y^2 \approx V_\infty^2 + 2V_\infty v_x \\ V_R = V_x \cos \varphi + V_y \sin \varphi = V_\infty \cos \varphi + v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi \end{cases} \quad (11)$$

V^2 və V_R ifadələri üçün alınan kəmiyyətləri (10) ifadəsində yerinə yazsaq və ikinci dərəcəli kiçik kəmiyyətləri nəzərə almasaq, hər bir toplanan üçün aşağıdakıları alırıq:

$$\begin{cases} -\int_0^s \rho V_R V_y ds = -\int_0^s \rho v_y [V_\infty \cos \varphi + v_x \cos \varphi + v_y \sin \varphi] ds \approx -\rho V_\infty \int_0^s v_y \cos \varphi ds \\ -\frac{\rho V_\infty^2}{2} \int_0^s \left(1 - \frac{V^2}{V_\infty^2}\right) \sin \varphi d\varphi = -\frac{\rho V_\infty^2}{2} \int_0^s \left(1 - \frac{V_\infty^2 + 2V_\infty v_x}{V_\infty^2}\right) \sin \varphi d\varphi \end{cases} \quad (12)$$

Onda, Y_a qaldırıcı qüvvəsi üçün (10) düsturu aşağıdakı formanı alacaq:

$$Y_a = -\rho V_\infty \int_0^s v_y \cos \varphi ds + \rho V_\infty \int_0^s v_x \sin \varphi ds = \rho V_\infty (v_x \sin \varphi - v_y \cos \varphi) ds \quad (13)$$

Riyaziyyatdan radiusu R olan kontura görə sürət dövrüylənməsini (sirkulyasiyanı) tapaq.

$$\Gamma = \int_0^s V_s ds \quad (14)$$

burada V_s -i asanlıqla şəkildən almaq olar.

$$V_s = V_x \sin \varphi - V_y \cos \varphi = V_\infty \sin \varphi + v_x \sin \varphi - v_y \cos \varphi \quad (15)$$

Onda dövrüylənmə üçün ifadə aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \oint_0^s (V_\infty \sin \varphi + v_x \sin \varphi - v_y \cos \varphi) ds = \\ &= V_\infty \oint_0^s \sin \varphi ds + \oint_0^s (v_x \sin \varphi - v_y \cos \varphi) ds \end{aligned} \quad (16)$$

Nəzərə alsaq ki,

$$ds = R d\varphi, \quad \oint_0^s \sin \varphi ds = R \int_0^{2\pi} \sin \varphi d\varphi = 0$$

olduğunu alırıq.

Sonda alırıq ki,

$$\Gamma = \oint_0^s (v_x \sin \varphi - v_y \cos \varphi) ds \quad (17)$$

(16) və (17) düsturlarının müqayisəsi Jukovskinin yekun düsturunu verir.

$$Y_a = \rho V_\infty \Gamma$$

Nəticə

Tədqiqat nəticəsində araşdırılmışdır ki, Sonsuz uzadılmalı qanadın qaldırıcı qüvvəsi qazın (mayenin) sıxlığı, sürəti, dövriyyəlməsi və qanad kəsiyinin uzunluğunun hasilinə bərabərdir (Jukovski teoremi). Həmçinin qaldırıcı qüvvənin təsir istiqaməti, axının sürət istiqamətini dövriyyəlmə istiqamətinin əksinə 90^0 döndərməklə alınır. Jukovski

teoremi isə dövriyyəlmə ilə qanadın (pərin) aerodinamik parametrləri arasında əlaqə yaradır.

Maraqlar münaqişəsi

Müəlliflər bu məqalədə araşdırılması tələb olunan maraqlar münaqişəsinin olmadığını qeyd edirlər.

REFERENCES

1. **Badyagin A.A.** Proektirovanie legkih samoletov. / A.A. Badyagin, F.A. Muhamedov. – M.: Mashinostroenie, 1978. – 208 s. *(in Russian)*
2. **Zagordan A.M.** Elementarnaja teoriya vertoleta. M.: Voennoe izdatelstvo ministerstva oborony sojuza SSR, 1955. — 239 s. *(in Russian)*
3. **Djonson U.** Teoriya vertoletov. V 2-h knigah. Perevod s angl. — M.: Mir, 1983. — 502 s. *(in Russian)*
4. <http://www.ama.com.az/jurnalarxivi>