

UDC 621.031

DOI 10.52171/2076-0515_2024_16_01_121_130

A New Graph-Analytical Method for Kinematic Analysis of Spatial Mechanisms

M.R. Mustafayev, N.D. Panakhova, A.N. Yakhyayeva

Azerbaijan National Aviation Academy (Mardakan ave. 30, Baku, AZ1045, Azerbaijan)

For correspondens:

Yakhyayeva Aygul / e-mail: aygul.yehyayeva@mail.ru

Abstract

The article considers the definition of the kinematic parameters of a four-bar spatial mechanism. For this purpose, a new graph-analytical method based on a three-dimensional computer model is applied. A new analytical dependence between the parameters of the mechanism is obtained and the kinematic parameters of the mechanism are calculated from it. The advantages of the proposed method and the reliability of the obtained results are confirmed by comparing reliable data obtained by the graphical method.

Keywords: spatial mechanism, kinematic pair, kinematic analysis, velocity, acceleration, 3D model, graphical method, graph-analytical method.

Accepted 11.05.2023

Received 09.02.2024

Revised 12.02.2024

For citation:

M.R. Mustafayev, N.D. Panakhova, A.N. Yakhyayeva

[A New Graph-Analytical Method for Kinematic Analysis of Spatial Mechanisms]

Herald of the Azerbaijan Engineering Academy, 2024, vol. 16, no. 1, pp. 121-130 (in Russian)

Fəza mexanizmlərinin kinematik analizi üçün yeni qraf-analitik üsul **M.R. Mustafayev, N.C. Pənahova, A.N. Yəhyayeva**

Azərbaycan Milli Aviasiya Akademiyası (Mərdəkan pr. 30, Bakı, AZ1045, Azərbaycan)

Yazışma üçün:

Yəhyayeva Aygül / e-mail: aygul.yehyayeva@mail.ru

Xülasə

Məqalədə, dördbəndli lingli fəza mexanizminin kinematik parametrlərinin təyininə baxılmışdır. Bu məqsədlə, yeni, üçölçülü kompüter modelinə əsaslanmış, qraf-analitik üsul istifadə olunmuşdur. Mexanizmin parametrləri arasında yeni analitik asılılıq alınmış və onun əsasında kinematik parametrlər hesablanmışdır. Təklif olunan üsulun üstünlükləri və alınmış nəticələrin dəqiqliyi, etibarlı qrafiki üsulla alınmış qiymətlərlə müqayisə edilərək təsdiqlənmişdir.

Açar sözlər: fəza mexanizmi, kinematik cüt, kinematik analiz, sürət, sürətlənmə, 3D model, qrafik metod, qraf-analitik üsul.

Новый графоаналитический метод для кинематического анализа пространственных механизмов **М.Р. Мустафаев, Н.Д. Панахова, А.Н. Яхьяева**

Национальная академия авиации Азербайджана (Мардакянский пр. 30, Баку, AZ1010, Азербайджан)

Для переписки:

Яхьяева Айгюль / e-mail: aygul.yehyayeva@mail.ru

Аннотация

В статье рассмотрено определение кинематических параметров пространственного четырехзвенного рычажного механизма. Для этой цели применен новый графоаналитический метод, основанный на трехмерной компьютерной модели. Между параметрами механизма получена новая аналитическая зависимость и от нее вычислены кинематические параметры механизма. Преимущество предложенного метода и достоверность полученных результатов подтверждена сравнением надежных данных, полученных графическим способом.

Ключевые слова: пространственный механизм, кинематическая пара, кинематический анализ, скорость, ускорение, 3D модель, графический способ, графоаналитический способ.

Введение

Как известно, пространственные рычажные механизмы обладают всеми достоинствами плоских рычажных механизмов; они обеспечивают надежную работу машин на высоких скоростях и, кроме того, позволяют: передавать движение между пересекающимися и скрещивающимися осями с малым числом звеньев и трущихся пар; путем сокращения числа подвижных звеньев в схемах, улучшать динамику работы механизмов и машин и др.

Несмотря на отмеченные достоинства, пространственные рычажные механизмы до сих пор не получили еще подобающего им распространения. Основные причины, по-видимому, заключаются в сложности и недостаточной разработанности методов не только синтеза, но и анализа пространственных механизмов. Известно много трудов по пространственным механизмам, и все же методы их анализа и особенно синтеза остаются в ряде случаев недоступный конструкторам.

Графические методы анализа даже простых механизмов часто требуют, однако, громоздких построений и необходимы глубокие знания начертательной геометрии; отсюда-невысокая точность получаемых результатов.

Для применения аналитических методов кинематического анализа пространственных механизмов часто бывают необходимы глубокие знания специальных разделов математики, что существенно суживает границы практического использования этих методов [1]. Известно, что зависимости между параметрами пространственных механизмов, как правило, очень сложные, а потому во многих случаях не были получе-

ны аналитически. Однако, сравнительно легко могут быть установлены графически.

Для кинематического анализа пространственного механизма примененный графический метод, основан на начертательной геометрии [1-4]. Перевод такого решения на аналитический язык не удобен, более удобным является графическое решение, основанное на трехмерном моделировании.

Цель работы заключается в разработке простого и достаточно точного графоаналитического метода анализа пространственных механизмов, основанных на 3D компьютерной модели.

Постановка задачи

Задача решается графическим способом на 3D компьютерной модели и конкретное графическое решение, рассматривается как логическая схема для вывода аналитической зависимости, которая обобщает графическое решение и позволяет проанализировать задачу, а также вычислить неизвестные параметры с любой степенью точности. Предлагаемый графоаналитический метод применен в статье для решения задач кинематики пространственного шарнирного четырехзвенного механизма, который изображен на рис.1. Так как на практике часто применяется тот вид механизма, в котором вращение кривошипа АВ (рис.1) вокруг оси, параллельной оси z , преобразуется в качательное движение коромысла DC вокруг оси, параллельной оси x . Таким образом, точка В шатуна BC движется по окружности $\beta - \beta$, лежащей в плоскости xOy , а точка С по дуге окружности $\gamma - \gamma$, лежащей в плоскости zOy [2].

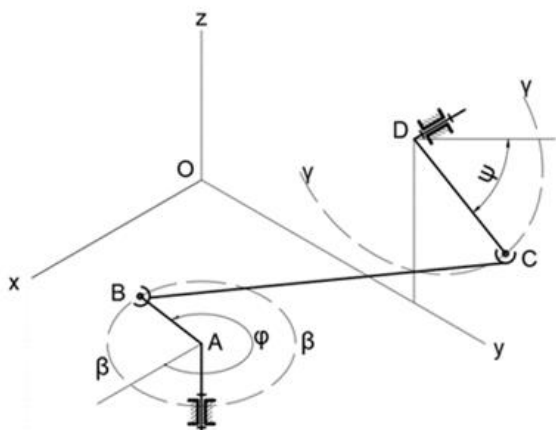


Рисунок 1 – Схема пространственного шарнирного четырехзвенника

Figure 1 – Scheme of a spatial hinged four-bar mechanism

Наиболее сложной задачей анализа пространственных механизмов является определение положений звеньев. При этом графические методы оказываются наиболее простыми и наглядными. Графический способ решения задач облегчает мысленное воспроизведение хода решения и, тем самым, ускоряет решение поставленной задачи, также использование графического решения дает возможность оценить корректность решения «на взгляд», что крайне важно в инженерной практике. Основным недостатком графического метода считается: меньшая точность, чем у аналитических методов и большая трудоемкость графических построений. Однако, развитие средств вычислительной техники, в частности, прикладных графических программ вносит существенные изменения в результат графических решений, сохранив свои достоинства, начисто лишившись своих недостатков. Точность графических построений стала сравнима с аналитической, а необходимость в громоздких однотипных построениях отпадает при использовании параметрических графических моделей [5].

Кроме того, графическое решение устанавливает связи между параметрами задачи в конкретных условиях, эти связи видны на графических изображениях, а потому перевод их на аналитический язык не вызывает больших затруднений. Аналитическая зависимость, выведенная на основе графического решения, не случайно является наиболее компактным и естественным по сравнению с эквивалентной зависимостью, выведенной другими путями, так как разумное графическое решение задачи указывает на наиболее естественный переход от заданного к искомому.

Из CAD-системах, для создания трехмерной модели пространственных механизмов удобен AutoCAD, так как широко распространён среди пользователей, открыт для дополнения, в нем встроены язык программирования высокого уровня AutoLISP и вычислительная система CAL [6, 7]. Разработка пользовательского приложения AutoCAD является одно из эффективных способов создания единой среды для вычислительных работ и графических построений.

Проанализируем схему механизма (рис.1). Механизм имеет две вращательные пары (A и D) и две шаровые пары (B и C). В этом механизме лишняя степень подвижности получается за счет возможного вращения звена BC вокруг своей продольной оси. Механизм имеет одну степень подвижности, скорость и ускорение звеньев и точек механизма зависят только от обобщенной координаты ϕ .

Для определения положений пространственных механизмов используются кинематические свойства группы звеньев. Эти свойства впервые отмечены Г.Г. Барановым в работе [8]. Метод основан на

определении геометрических мест элементов разомкнутой кинематической пары с последующим нахождением линий и точек их пересечения.

Разъединим механизм в шаровом шарнире С и рассмотрим диаду ABC. Так, геометрическим местом положений точки С относительно точки В есть поверхность сферы с центром точки В и радиусом $R=BC$. С другой стороны, если вернемся к рассмотрению всего механизма в целом, шаровой шарнир С находится в плоскости, перпендикулярной оси пары D. Таким образом, шаровой шарнир С должен находиться на пересечении названной плоскости с поверхностью сферы.

Решение задачи

Принимаем для определенности $x_A=50$ мм, $y_A=50$ мм, $z_A=0$, $x_D=0$, $y_D=75$ мм, $z_D=50$ мм, $l_{AB}=25$ мм, $l_{BC}=90$ мм, $l_{DC}=40$ мм. (Пример основан на предположительных исходных данных и поэтому имеет чисто методическое значение.)

Для решения поставленной задачи в AutoCAD-е выбирается северо-восточная изометрия (NE) трехмерной системы координат, чтобы в созданной трехмерной модели механизма, направление координатных осей соответствовало рис.1. По координатам x_A, y_A, z_A и x_D, y_D, z_D определяется положение точки А и D. Также, определив координаты $x_B = x_A + l_{AB} \cos \varphi$,

$y_B = y_A + l_{AB} \sin \varphi$ определяется линия АВ. Далее создается сфера с радиусом $R = l_{BC}$ с центром в точке В и определяется пересечение сферы с плоскостью yOz . Положение точки С определяется как точка пересечения линии, пересечения сферы (окружность C_2 с радиусом $r_2 = \sqrt{l_{BC}^2 - x_B^2}$ с центром в точке $O(0, y_B, 0)$) с окружности радиусом $r_1 = l_{CD}$ центром точки D.

Для построения плана положения на 3D модели четырехзвенного пространственного механизма графическим методом, используя язык AutoLISP, разработано пользовательское приложение к AutoCAD, текст которого приводится ниже.

```
; Программа для построения плана положения;
; четырехзвенного пространственного
; механизма графическим методом
(defun c:dbfm ( / )
; Выбор системы координат и построение координатной оси
(command "view" "Ne" "ucs" "W" "erase" "all" "" "cal" (cal "1*1"))(setvar "osmode" 0)
(setq P0(list 0 0 0))(setq P1(list 120 0 0))(setq P2(list 0 120 0))(setq P3(list 0 0 120))
(command "line" p1 p0 "" "line" p2 p0 p3 "")
; Ввод размер механизма
(setq xa 50 ya 50 lAB 25 yD 75 zd 50 lBC 90 lCD 40 fi 30 r1 lCD)
(command "line" (list 0 xa 0) (list xa ya 0) "" "circle" (list xa ya 0) lAB)
(command "ucs" "w" "ucs" "3" p0 p2 p3)
(command "circle" (list yD zD 0) lCD)(setq cev1(entlast))
(command "line" (list yd 0 0) (list yd zd 0) "")
(setq xb(cal"xa+lAB*cos(fi)") yb(cal"ya+lAB*sin(fi)"))
(command "ucs" "w")
(setq PA(list xa ya 0) PB(list xb yb 0)) (command "line" PA PB "") ;
(command "sphere" pB lBC)(setq sf(entlast))
(command "section" sf "" "yz" "")(setq cev2 (entlast)) (command "erase" sf "")
(command "ucs" "3" p0 p2 p3)(setvar "TRIMEXTENDMODE" 0)
(command "trim" cev2 "" "F" (list yd (+ zd (* 0.9 r1)) 0) (list yd (+ zd (* 1.2 r1)) 0) "" "")
(command "erase" cev2 "") (setq an1(cdr(assoc 51(entget cev1))))
(setq ksi1 (cal"an1*180/pi")) (setvar "TRIMEXTENDMODE" 1) (print ksi1)
(princ)
```

Определив положения ведомого звена в зависимости от заданных положений ведущего звена, можно построить график $\psi = f(\varphi)$, который позволяет найти скорость и ускорение характерных точек и звеньев механизма.

Скорость точки С

$$V_C = \omega_3 l_{DC} \quad (1)$$

$$\omega_3 = \frac{d\psi}{d\tau} = \frac{d\psi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{d\tau} = \omega_1 \frac{d\psi}{d\varphi}, \quad (2)$$

Угловое ускорение ведомого звена

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{d\tau} = \omega_1^2 \frac{d^2\psi}{d\varphi^2}, \quad (3)$$

А ускорение точки С определится по уравнению

$$\vec{a}_C = \vec{a}_C^n + \vec{a}_C^t, \quad (4)$$

$$a_C^n = \frac{V_C^2}{l_{DC}} = \omega_1^2 l_{DC} \left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)^2, \quad (5)$$

$$a_C^t = \varepsilon_3 l_{DC} = \omega_1^2 l_{DC} \left(\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right). \quad (6)$$

Так как $\vec{a}_C^n$ и $\vec{a}_C^t$ взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения

$$a_C = \omega_1^2 l_{CD} \sqrt{\left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)^4 + \left(\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} \right)^2} \quad (7)$$

Из рассмотренного видно, что для определения кинематических характеристик механизма достаточно продифференцировать график $\psi=f(\varphi)$.

Однако метод кинематических диаграмм для определения ускорений, имеет не высокую точность, так как его точность зависит от точности графического дифференцирования, предварительно построенной диаграммы изменения скорости по времени, т. е. при решении, возможно накопление ошибок.

Для устранения этих недостатков, рассмотрим получение аналитической зависимости $\psi = f(\varphi)$ на основе графического решения. Как отмечено, точка С можно

определить как пересечение окружности c_1 и c_2 расположенной в плоскости yOz . Окружность c_1 имеет радиус r_1 и центр расположения в точке D, а окружность c_2 имеет радиус $r_2 = \sqrt{l_{BC}^2 - x_B^2}$ и центр расположения в точке O(0,yB,0) (рис.2).

Для начала найдем расстояние между центрами окружностей.

$$d_0 = \sqrt{(y_D - y_B)^2 + z_D^2},$$

Если $d_0 > r_1 + r_2$, тогда решений нет: круги лежат отдельно. Аналогично в случае $d_0 < |r_1 - r_2|$ - тогда нет решений, так как одна окружность находится внутри другой.

$$\begin{cases} (y - y_D)^2 + (z - z_D)^2 = r_1^2 \\ (y - y_B)^2 + z^2 = r_2^2 \end{cases} \quad (8)$$

Совместно решая уравнения окружности c_1 и c_2 (8) определяем координаты точки пересечения $C_1(y_1, z_1)$, $C_2(y_2, z_2)$ и получаем зависимость для ψ .

$$\psi = \arctg((z_1 - z_D)/(y_1 - y_D)) \quad (9)$$

$$\text{где } y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\begin{aligned} z_{1,2} &= k_1 y_{1,2} + k_2, \quad k_1 = (y_B - y_D)/z_D, \\ k_2 &= (y_D^2 - y_B^2 + z_D^2 - r_1^2 + r_2^2)/2z_D, \\ &= 1 + k_1^2, \quad b = 2(k_1 k_2 - y_B), \\ c &= y_B^2 + k_2^2 - r_2^2. \end{aligned}$$

Достоверность полученных результатов проверено графическим способом.

Из уравнения (9) определим скорость точки С, в одном из его положений при известных значениях φ , l_{CD} и угловой скорости ведущего звена ω_1 .

При этом приближенное значение $\frac{d\psi}{d\varphi}$, можно вычислить численным методом из уравнения (9) по формуле [7].

$$\frac{d\psi}{d\varphi} \approx \frac{\psi(\varphi + \Delta\varphi) - \psi(\varphi - \Delta\varphi)}{2\Delta\varphi} \quad (10)$$

$$\frac{d^2\psi}{d\varphi^2} = \frac{\psi(\varphi + \Delta\varphi) - 2\psi(\varphi) + \psi(\varphi - \Delta\varphi)}{\Delta\varphi^2} \quad (11)$$

При значении $\phi=30^\circ$, $\Delta\varphi = 0.0001^\circ$ и $\omega_1 = 10 \text{ c}^{-1}$, из (9) для $(\Delta\psi/\Delta\varphi)_{\varphi=30}$ получен 0.969605815753782 и соответственно из (1) имеем для $V_C = 387.842$ мм/с. Достоверность полученных результатов проверим графическим способом построив план скоростей.

Для определения скорости V_C точки С имеем два уравнения:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB} \quad \text{и} \quad \vec{V}_C = \vec{V}_D + \vec{V}_{CD}$$

Так как $V_D=0$, то

$$\vec{V}_{CD} = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB} \quad (12)$$

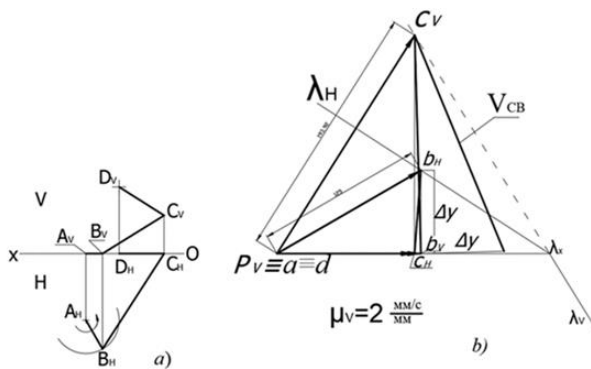


Рисунок 3 – Пространственный шарнирный четырехзвенник: а) проекции схемы; б) план скоростей

Figure 3 – A spatial hinged four-bar mechanism: a) schema projections; b) velocity plane

Графическим способом построения плана положения и плана скоростей отмеченного механизма, основанного начертательной геометрии подробно изложено в [2] и используя эту методику построен план положения и план скоростей механизма при $\varphi = 30^\circ$, приведён в рис.3. Из плана скоростей для V_C получен 387.84 мм/с. Как видно значение высокой точности совпадает с данными рассчитанными из уравнения (9).

Однако, план скоростей полученного на основе начертательной геометрии не удобен в использовании в качестве алгоритма для получения аналитической зависимости для определения скорости характерных точек механизма.

Рассмотрим построение трехмерной компьютерной модели, план скоростей механизма опирая свойства “скорости двух точек твердого тела имеют равные проекции на прямую, соединяющую эти точки”. Покажем, как можно воспользоваться этими свойствами в построении 3D плана скоростей пространственных механизмов.

Для этого выбираем трёхмерные координатные системы, аналогично показанные в рисунке 1. На плоскости xOy от произвольного полюса P_v (рис. 4, б) в выбранном масштабе откладываем вектор скорости $\vec{V}_B$ ($V_B = \omega_1 l_{AB}$, $\vec{V}_B \perp AB$) и определяем точки b . Также через полюс P_v проводим прямую параллельную BC и длиной l_{BC} и конец линии обозначим точкой 1. Для того, чтобы получить проекции скорости $\vec{V}_B$ на прямую $P_v 1$, создаётся пользовательская система координаты через точки P_v , 1, b и на плоскости xOy проводится перпендикуляр от точки b к отрезку $P_v 1$. Точка пересечения перпендикуляра обозначим 2. Отрезок $P_v 2$ соответствует проекция $\vec{V}_B$ на прямую $P_v 1$. Для определения скорости точки C , переносим начало координаты на точку P_v и на плоскость yOz через точку P_v проводим прямую в направлении вектора $\vec{V}_C$ ($\vec{V}_C \perp DC$) длиной равному l_{BC} и конец линии обозначим точкой 3.

Создав пользовательскую системы координаты через точки P_v , 1, 3 и на плоскости xOy проводится перпендикуляр от точки 2 к отрезку $P_v 1$. Точка пересечения c

перпендикуляром и отрезок P_V3 соответствует скорости точки С.

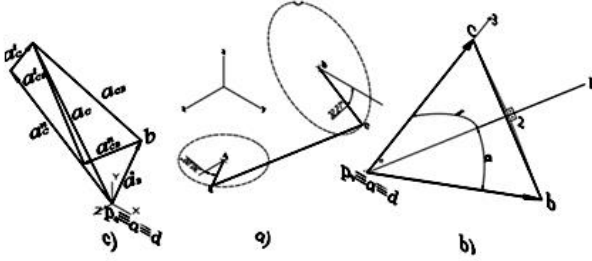


Рисунок 4 – Пространственный шарнирный четырехзвенник: а) 3D модель схемы; б) 3D модель плана скоростей; в) 3D модель плана ускорений.

Figure 4 – A spatial hinged four-bar mechanism: a) 3D model of scheme; б) 3D model plane of velocity; в) 3D model plane of acceleration

Для определения скорости точки С достаточно знать скорость точки В. Так,

$$V_C = V_B \frac{\cos \alpha}{\cos \delta}, \quad (13)$$

где, $\cos \alpha = (V_B^2 + l_{BC}^2 - l_{1b}^2) / (2V_B l_{BC})$,

$$l_{1b} = \sqrt{(x_{1c} - x_b)^2 + (y_{1c} - y_b)^2 + (z_{1c} - z_b)^2},$$

$$x_{1c} = -x_B, y_{1c} = y_C - y_B, z_{1c} = z_C,$$

$$x_b = -V_B \sin \varphi, y_b = V_B \sin \varphi, z_b = 0$$

$$\cos \delta = (2 l_{BC}^2 - l_{13}^2) / (2 l_{BC}^2),$$

$$l_{13} = \sqrt{(x_{1c} - x_3)^2 + (y_{1c} - y_3)^2 + (z_{1c} - z_3)^2},$$

$$x_3 = 0, y_3 = -l_{BC} \sin \psi, z_3 = l_{BC} \cos \psi$$

$$x_c = 0, y_c = -|V_C| \sin \psi, z_c = |V_C| \cos \psi.$$

Также значение

$$V_{CB} = \sqrt{(x_b - x_c)^2 + (y_b - y_c)^2 + (z_b - z_c)^2}. \quad (14)$$

Для определения значений характерных точек и звеньев механизма достаточно знать скорость одной точки механизма.

Рассмотрим построение трехмерного компьютерного плана ускорения механизма. Ускорение точки С может быть найдено в соответствии с уравнениями

$$\begin{cases} \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^t \\ \vec{a}_C = \vec{a}_{CD}^n + \vec{a}_{CD}^t \end{cases} \quad (15)$$

Для этого выбирается трехмерная координатная система, аналогично показанная в рис.1. На плоскости xOy от произвольного полюса P_a (рис 4 в) в выбранном масштабе откладывается вектор ускорения $\vec{a}_B^n$:

$$a_B^n = \omega_1^2 l_{AB}; a_B^n \parallel AB;$$

так как: $\omega_1 = const, a_B^t = 0$ и соответственно ($\vec{a}_B = \vec{a}_B^n$) направленное по оси звено АВ от точки В к точке А. Далее от точки b в выбранном масштабе откладывается вектор ускорения $\vec{a}_{CB}^n$ – нормальное ускорение в движении точки С к точки В, направленное по оси звена ВС от точки С к точке В и равное по величине ($a_{CB}^n = V_{CB}^2 / l_{CB}$).

Далее, через точку P_a проводим прямую, параллельную направлению CD звена 3, и откладываем на ней ускорение a_C^n . Вектор a_C^n направлен от точки С к точке D и равен $a_C^n = V_{CD}^2 / l_{CD}$. Векторы $\vec{a}_C^n$ и $\vec{a}_C^t$ расположены на плоскости yOz . Из конечной точки вектора $\vec{a}_C^n$ проводится прямая, имеющая направление ускорения a_C^t , перпендикулярно к направлению DC.

Далее, для определения ускорения точки С через конечную точку вектора a_{CB}^n проводится плоскость, перпендикулярно к звену ВС и определяется точка пересечения этой плоскости с вектором a_C^t .

Для проверки достоверности вычисленного значения от формулы (9) и трехмерного плана ускорения, рассмотрим построение плана ускорения механизма, основанного начертательной геометрии при $\phi = 30^\circ$. Подсчитываем ускорение точки по формуле $a_B^n = V_B^2 / l_{AB}$ и откладываем его

проекции от произвольного полюса p_a в выбранном масштабе плана ускорения на плоскости xOy . Найдем теперь ускорение точки C . Ускорение любой точки шатуна BC применительно к данному случаю можно представить состоящим из переносного и относительного ускорений [9, 10]. Очевидно, что ускорение в переносном движении есть не что иное, как ускорение точки B .

Относительное ускорение представляет собой геометрическую сумму двух ускорений: вращательного и центростремительного.

Для общего случая движения твердого тела определение величины и направления этих ускорений дано в [10]. При рассмотрении пространственного движения только оси BC шатуна величина центростремительного ускорения точки C находится по формуле $a_{CB}^n = \omega_3^2 l_{BC} = V_{CB}^2 / l_{BC}$ и направлена она вдоль оси BC к центру вращения, т. е. к B . Вращательное ускорение будет лежать в плоскости, перпендикулярной к оси BC .

Таким образом, ускорение точки C может быть найдено в соответствии с уравнениями (15).

Найдем отрезок bn_1 , соответствующий центростремительному ускорению $\vec{a}_{CB}^n$.

$$bn_1 = a_{CB}^n / \mu_a$$

Для отыскания проекции отрезка bn_1 находим истинную величину отрезка, проведенного от точки b параллельно BC и на нем откладываем найденную величину в виде отрезка $b_H n_1$ (рис. 5). Так как вектор a_{CB}^t должен лежать в плоскости, перпендикулярной к шатуну BC проводим такую плоскость λ через точку n_1 .

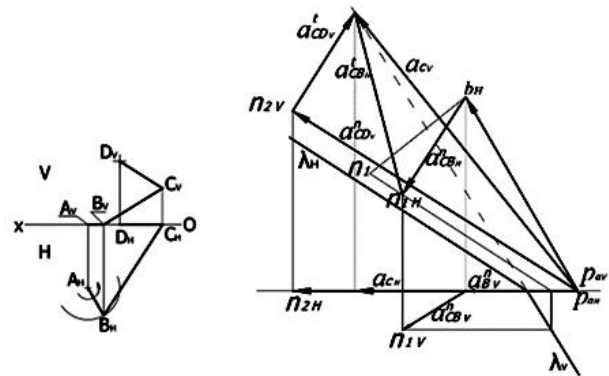


Рисунок 5 – Пространственный шарнирный четырехзвеновик: а) проекции схемы; б) план ускорений

Figure 5 – A spatial hinged four-bar mechanism: a) schema projections; b) plane of acceleration

Найдем отрезок $p_a n_2$, соответствующий центростремительному ускорению

$$a_{CD}^n = V_{DC}^2 / l_{DC}.$$

$$p_a n_2 = a_{CD}^n / \mu_a$$

Для отыскания проекции отрезка $p_a n_2$ находим истинный отрезок, проведенный от точки p_a параллельно DC и на нем откладываем найденную величину в виде отрезка $p_a n_{2v}$. Так как вектор a_{CD}^n должен лежать в плоскости yOz . Поэтому проекция вектора $\vec{a}_{CD}^n$ на плоскости yOz получится в истинной величине. Вращательное ускорение будет лежать в плоскости, перпендикулярной к оси BC .

Из плана ускорений, основанного начертательной геометрии и трехмерного компьютерного плана полученные значения соответственно для a_C 3978.2 и 3980.1 мм/с² с высокой точностью совпадают с данными, рассчитанными из уравнения (7) 3979.6 мм/с².

Закключение

В заключении отметим, что решение задач анализа пространственных механизмов в настоящее время можно вести в трехмерной компьютерной модели, позво-

ляющей производить расчет многочисленных вариантов механизмов, из которых конструктором могут быть выбраны оптимальные. Предложенный метод простой, наглядный и достаточно точный.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов, связанных с публикацией данной статьи.

REFERENCES

1. Paşayev A.M., Cənəhmədov Ə.X., Kəbirli R.Ə. Tətbiqi mexanika, dərslik. Bakı: "APOSTROFF", 2014. (in Azerbaijani)
2. Janahmadov A.Kh., Javadov M.Ya., Panahova N.D. «Prikladnaya mekhanika». / Uchebnoe posobie, Baku: «APOSTROFF», 2012. (in Russian)
3. Poluhin V.P. Proektirovanie mekhanizmov shvejno-obmetochnykh mashin. M. «Mashinstroenie», 1972, str. 280. (in Russian)
4. Artobolevskij I.I. Teoriya mekhanizmov i mashin // 4-e izd., pererab. i dop. - M.: Nauka, 1988. – 640 s. (in Russian)
5. Ananov G.D. Kinematika prostranstvennykh sharnirnykh mekhanizmov selskohozyajstvennykh mashin. M.-L., Mashgiz, 1963.220 s. (in Russian)
6. Burmistrov A.G. Graficheskij metod opredeleniya polozhenij prostranstvennykh pyatizvennykh mekhanizmov. Mashinovedenie №2, 1966. (in Russian)
7. Khlebosolov I.O. Grafoanaliticheskie metody rascheta mekhanizmov s ispolzovaniem EVM // Teoriya mekhanizmov i mashin. 2004. №2. Tom 2. S. 40-44. (in Russian)
8. Lich Dzh. Enciklopediya AutoCAD 2002. SPb.: Piter, 2002-1072 s. (in Russian)
9. Poleshuk N.N., Loskutov P.V. AutoLISP i Visual LISP v srede AutoCAD. SPb.: BHV-Peterburg, 2006.-960 s. (in Russian)
10. Baranov G.G. Kinematika prostranstvennykh mekhanizmov. Tr.VVA im. Zhukovskogo, 1937, №18. (in Russian)
11. Kopchenova N.V., Maron I.A. Vychislitelnaya matematika v primerah i zadachah. Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literatury izd-va «Nauka», M., 1972. (in Russian)